

[ (« Suivant le principe du crible d'Ératosthène il suffit d'utiliser  $P$  pour dire, que si  $B$  n'est pas divisible par  $P \leq \sqrt{2n}$ , il est alors un nombre premier  $q$ , en effet si  $2n \neq A[P]$ ,  $B$  ne peut être divisible par  $P$ ; car  $A$  et  $2n$  sont dit non congruent mod  $P$  ou pas égaux modulo  $P$ .  
**Le crible  $G$ , n'est qu'une variante mais dans les congruences »)**

On suppose  $2n \neq A[P] \Rightarrow$  il n'existe pas de  $x$  tel que  $2n - A = Px$ ,  
 Donc aucun nombre premier  $P$  ne divise  $2n - A$ , on peut dire que  $2n$  et  $A$  ne sont égaux modulo  $P$ .

On veut démontrer  $2n - A$  premier, on veut démontrer que il n'existe pas de  $P > \sqrt{2n}$  tel que (1) que  $2n - A = Py$  avec  $y \in \mathbb{N}$ ,  
 on a :  $n \geq 2$ ,  $2n \geq 4$  ;  
 on a :  $-n \leq -A \leq -1$  ;  
 $2n - n \leq 2n - A \leq 2n - 1$   
 $n \leq 2n - A \leq 2n - 1$

Supposons que  $2n - A$  non premier alors il existe au moins  $P$  et  $q$  premier  $> \sqrt{2n}$  car on a démontré (1). Donc prenons

$P$  et  $q$  les plus petits possibles, soit  $\sqrt{2n}$ .

On a  $(\sqrt{2n})^2 = 2n$ , or  $2n - A \leq 2n - 1$ , Ce qui est impossible.

Conclusion  $2n \neq A [P] \Rightarrow 2n - A$  premier que l'on défini  $q \gg$  ] .

[« Partant de cette égalité, on va construire un algorithme /crible, en remarquant le résultat suivant tout, tout nombre premier  $q$  à pour antécédent un entier  $A$  de  $1$  à  $n$ , en fonction de la limite  $n$  fixée et de sa Famille  $fam(i)$ .»]

Fonction  $G(2n)$  du nombre de couples minimum  $p+q = 2N$  par familles arithmétique de raison 30

$G(2n)$  : la fonction de compte du nombre de nombres premiers  $q \in [n ; 2n]$

$$G(2n) \text{ vaut } \sim \lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{n}{(\log 2n)}$$

$$\text{Le TNP dit que } \pi(N) = \frac{N}{(\log N)} + o\left(\frac{N}{\log N}\right), \text{ donc le nombre de nombres premiers dans } ]N, 2N]$$

vaut

$$\pi(2n) - \pi(n) = \left( \frac{2n}{\log(2N)} - \frac{n}{\log N} \right) + o\left(\frac{n}{\log n}\right)$$

$$= N \times \frac{2}{\log(2N)} - \frac{1}{\log N} + o\left(\frac{n}{\log n}\right)$$

$$= N \times \frac{2 \log n - \log(2n)}{\log(2n) \log n} + o\left(\frac{n}{\log n}\right)$$

$$= \frac{n}{\log 2n} + o\left(\frac{n}{\log n}\right)$$

Le nombre de couples de nombres premiers  $(p', q)$ ; vaut environ lorsque  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta$  pour  $n = 15k + i$ , avec  $i \in [0 ; 14]$  et  $k$  entier naturel non nul.

$$\frac{\left(\frac{n}{\ln n}\right)}{\ln\left(2*\left(\frac{n}{\ln n}\right)\right)} \text{ ou simplement } \frac{\pi(n)}{\ln \pi(n)} \text{ mais plus précisément : } C_2 \frac{G(n)}{\ln G(n)} ;$$

où  $C_2 \approx 1,320323$  constante des premiers jumeaux.

On peut appliquer en fonction de  $G(n)$  par Fam(i), simplement :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{G(n)}{\ln G(n)} * C_2$

On a donc calculé avec Ératosthène le nombre de premiers  $P' \in [7 ; n]$  pour la fam(i) qui sera criblée par l'AG ; pour ensuite appliquer cette fonction, qui n'est aussi qu'une conséquence du TNP. Il faut donc utiliser la fam (i) correspondante à la fam(i) complémentaire qui décomposent  $2n$  sans les multiples de {2, 3, et 5}. Exemple pour la limite  $n = 15k + 7$ , il n'y a que trois familles qui décomposent  $2n = 30k + 2$ . La fonction sera donc utilisée avec le coefficient de  $0,375 = 3/8$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{G(n)}{\ln G(n)} * C_2 * 0,375 .$$

Exemple pour  $n = 496$ ,  $2n = 992$ , nombre de premiers  $[n ; 2n]$  des 3 familles {1, 13 et 19} = 33. Alors que  $\pi(2n - n)$  vaut : 73  
Résultat :

$(33 / \ln 33) * 1,320323 = 12, \dots$  couples, pour un réel de 13 ; alors que :  
 $(73 / \ln 73) * 0,375 * 1,320323 = 8, \dots$

Lorsque  $2n$  tend vers l'infini, il vaut mieux utiliser la fonction générale avec  $\pi(n)$  et l'un des 3 coefficients (0,375 ; 0,5 ; 0,75) et aucun, si  $2n = 30k$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{\pi(n)}{\ln \pi(n)} * C_2 * 0,5$$

Exemple  $2n = 1\,000\,000\,010$  la fonction ci-dessus avec 0,5 de coefficient du fait qu'il y ait 4 familles [1,7,13, et 19] qui criblent, donne comme résultat général : 1 891 734 couples < 2 422 662 réels

$G(2n) = \pi(n) / \ln(\pi(n))$  nombre de couples  $p+q = 2n$  en générale, car on crible par famille avec les deux cribles.

La Fonction(1),  $\pi(n)$  du TNP vaut environ:  $N / \ln N$ , lorsque  $N \rightarrow \infty$ .

La Fonction(2),  $G(n)$  est une conséquence directe du TNP, nombres d'entiers  $A$  de 1 à  $N$ ,  $\neq 2N[P_i]$  ; vaut environ :  $N / \ln 2N$ , lorsque  $N \rightarrow \infty$ .

Il vient immédiatement qu'en re criblant le tableau criblé d'Ératosthène avec la fonction  $G(n)$  on obtient par conséquence cette troisième fonction  $G(2n) = \pi(n) / \ln(\pi(n))$  que l'on peut affiner et qui comme on pourra le montrer, elle ne peut être nulle !

Car en effet, quelque soit la limite  $N = 15k + i$  criblée avec sa fam  $i \in (1,7,11,13,17,19, 23, 29)$ , le résultat réel calculé, correspond à cette estimation ; qui n'est que l'estimation du résultat précédent ayant été vérifié, pour la limite  $N = 15(k-1)$  et dire, que ce résultat réel vérifié et estimé avec cette fonction  $G(2n) = \pi(n) / \ln(\pi(n))$ , est faux , devient absurde !

Cela reviendrait à dire que la fonction du TNP et sa deuxième fonction qui en est une conséquence directe, caractérisées par les deux algorithmes sont fausses!

C'est à dire que pour chaque limite  $N = 15k + i$  vérifiée, on obtient aussi avec cette troisième fonction:

**Le nombre d'entiers  $A = 0$  ou  $1$ , non congrus mod  $P$ , qui précèdent les nombres  $A + 30$  marqué  $1$  ou  $1$  premier , congru ou pas  $2n \bmod P$ .**

Qui par voie de conséquence ou de récurrence suivant la propriété de l'algorithme G, donnera le résultat réel du nombre de couples  $p+q$  qui vont vérifier la conjecture, pour la limite  $N = 15(k+1) + i$  suivante ! Ce que l'on peut vérifier et prouver de façon élémentaire.

« Ceci pourrait nous emmener à une troisième hypothèse : supposons qu'il soit impossible de vérifier ou d'affirmer pour la limite  $N = 15k + i$  vérifiée, que cette troisième fonction est vraie, avec le nombre de couples réel  $p+q$  et qui permet donc d'estimer le nombre de  $A = 1$  ou  $0$  non congruent à  $P$ , qui précèdent un nombre premier  $A = 1$  ou  $1$ , ie : congru ou pas!

D'où le résultat suivant pour  $N = 15(k+1) + i$  du nombre de couples  $p+q$  est impossible à vérifier ; il vient immédiatement que la conjecture est indécidable !

Mais cette hypothèse n'est pas possible, car si on peut estimer le nombre de couples pour la limite  $N$  en question, on peut donc estimer le nombre de  $A$  qui précèdent justement un nombre premier  $1$  ou  $1$  pour cette même limite  $N$  et donc, il suffit de décaler d'un rang les congruences sur leur successeur  $A + 30$  pour vérifier la conjecture  $\rightarrow N = 15(k+1) + i$  ! » Dès lors la conjecture est vraie quelque soit  $N \geq 150 = 15(k+1) + i$  !

On va illustrer le fonctionnement, avec la même Fam, Ératostène ; Goldbach puis directement avec le crible EG en utilisant le tableau criblé d'Ératostène avec la Fam 7, (7,37,67,97..... 277 < 300)





