

L'arbre pythagoricien

Première exploration

Partons d'un triangle rectangle très spécial puisqu'il est aussi isocèle. Le théorème de Pythagore dit précisément que l'aire du grand carré bleu est égale à la somme des aires des deux petits carrés.



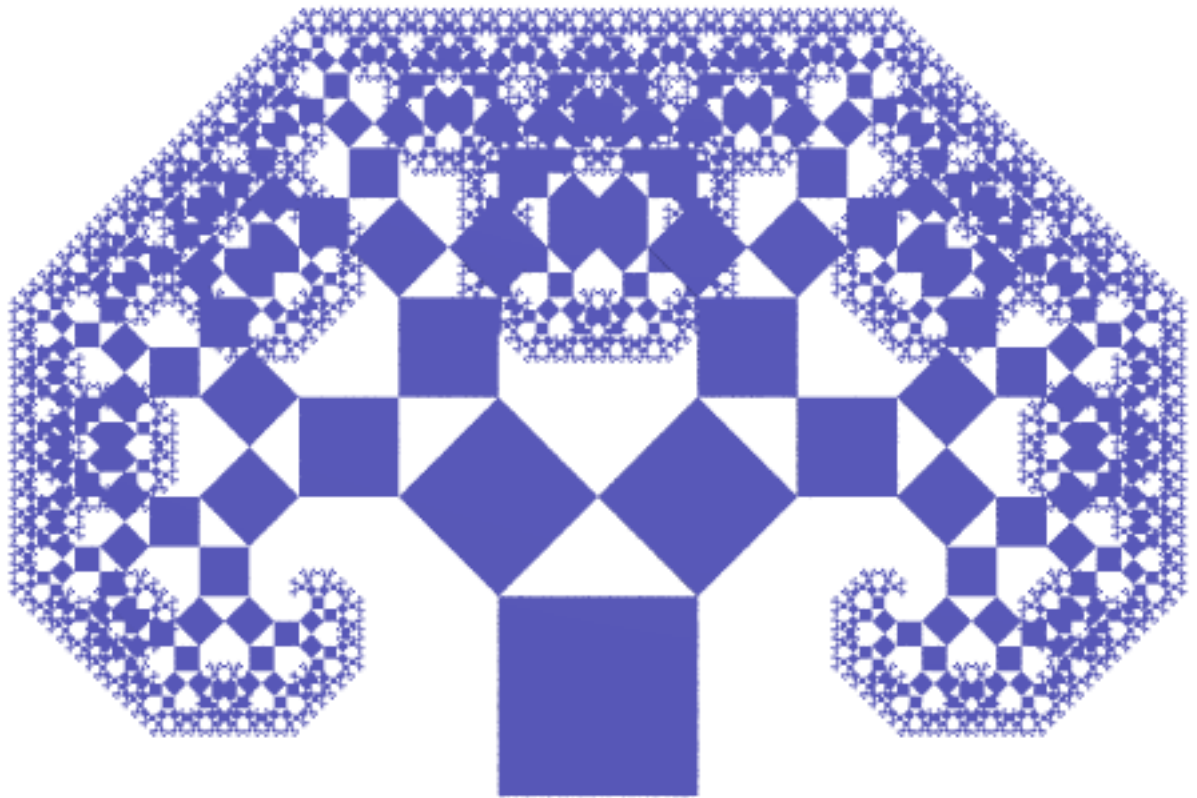
Etape 1

On a bien sûr envie de faire avec chacun des petits carrés ce qu'on a fait avec le grand, comme ceci :



Etape 2

Et on recommence. On obtient un arbre :



1. *Tracé* : Dessiner l'étape 2, à la main ou avec un logiciel de géométrie.
2. *Analyse du dessin à l'étape 2* : il y a là des carrés de taille différentes.
Combien de carrés en tout ? Combien de sortes de carrés ? Combien de chaque taille ? De quelles tailles, si on commence à un carré de côté 1 ?
Quelle est la hauteur totale du dessin ?
3. *Exploration avec un tableur* : pour chaque étape de 1 à 20, donnez dans un tableau le nombre de carrés nouvellement construits, le nombre total de carrés ainsi que le côté des derniers carrés construits .
4. *A l'étape n* : Combien de sortes de carrés ? Combien de chaque taille ?
Combien en tout ? Quelles sont les longueurs des côtés des divers carrés ?
Montrez qu'à chaque étape de la construction, l'aire de l'arbre augmente d'une même quantité égale à l'aire du carré initial.