

Sommaire

Introduction	11
Chapitre 1. Les grands problèmes de l'Antiquité	15
Le problème impossible	15
Un problème grec avec oracle et <i>tutti quanti</i>	19
Un autre problème antique, sans oracle et sans solution	21
Le théorème originel	25
Il existe une infinité de nombres premiers	27
Les nombres parfaits	29
La sphère et le cylindre	33
La merveilleuse cycloïde	36
Pourquoi les alvéoles d'abeilles sont-elles hexagonales ?	41
Kepler et les oranges	42
Chapitre 2. Un arrêt à la station Leonhard Euler	47
Le problème qui n'intéressait pas Sherlock Holmes	47
Le problème de Bâle	52
La conjecture de Goldbach	56
Le problème à trois corps	60
La conjecture de Legendre	62
Une brique introuvable	65
Les ponts de Königsberg	67
Un génie de 19 ans	70
À la recherche de l'équation perdue	73
Le théorème des nombres premiers	77
Et le défilé ne s'arrête pas là	81
Chapitre 3. Les mathématiques accèdent à l'âge adulte	85
La conjecture la plus célèbre	85
Mort d'un commis voyageur	90
Quatre couleurs suffisent	91
Premiers par paire	94

La conjecture de Bieberbach	98
La conjecture des 100 000	99
Les mathématiques ont-elles scié leur propre branche ?	100
La conjecture de Tait	102
La conjecture de Catalan	102
Le problème des carrés magiques premiers	102
Un dernier pour la route	103
Chapitre 4. Les 23 problèmes de Hilbert	105
H1. Hypothèse du continu	106
H2. Consistance des axiomes de l'arithmétique	115
H3. Polyèdres de même volume	116
H4. Lignes droites comme géodésiques	117
H5. Groupes de Lie	117
H6. Axiomatisation de la physique	119
H7. Irrationalité et transcendance	120
H8. Hypothèse de Riemann et nombres premiers	121
H9. Réciprocité quadratique généralisée	123
H10. Équations diophantiennes	126
H11. Formes quadratiques	128
H12. Extensions abéliennes	129
H13. Fonctions de deux variables	131
H14. Invariants et génération finie	132
H15. Géométrie énumérative et calcul de Schubert	133
H16. Courbes planes et cycles limites	134
H17. Fonctions positives	135
H18. Groupes cristallographiques et pavages polyédraux	136
H19. Solutions analytiques	137
H20. Conditions au bord	139
H21. Monodromie prescrite	139
H22. Uniformisation	140
H23. Calcul des variations	140
Chapitre 5. Les sept problèmes du millénaire	143
C1. Hypothèse de Riemann	145
C2. Conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer	150

C3. P versus NP	152
C4. Conjecture de Poincaré	155
C5. Conjecture de Hodge	157
C6. Théorie de Yang-Mills	158
C7. Équations de Navier-Stokes	159
Une petite comparaison pour conclure	160
Chapitre 6. Sept grands problèmes élémentaires	161
E1. Conjecture $3n + 1$ ou de Syracuse	161
E2. Nombres premiers de la forme $x^2 + 1$	162
E3. Nombres parfaits impairs	163
E4. Conjecture de Hadamard	164
E5. Paires de Golay	165
E6. Arbres gracieux	167
E7. Théorème des quatre couleurs	168
Épilogue	171
Bibliographie	173
Index analytique	175