

Jean-Pierre Serre

et le métier de mathématicien

De Mozart, il a l'élégance, la liberté, l'inventivité, la répugnance aux compromis, l'horreur du toc, la jubilation de faire ce qu'il fait et de le faire si bien, et une œuvre unique, prodigieuse, enthousiasmante. Il s'agit de mathématiques, ici, pas de musique, mais où est la différence ? C'est pourquoi lorsque l'Académie norvégienne a annoncé le nom de Jean-Pierre Serre comme premier récipiendaire du Prix Abel (prix destiné à suppléer à l'absence de Prix Nobel en mathématiques), aucun mathématicien au monde n'en a été surpris. Beaucoup se sont fait la réflexion qu'il n'y avait guère d'autre choix aussi évident, et que c'est bien ainsi.

Il ne fait aucun doute pour les mathématiciens que si l'humanité survit quelques siècles à ses pagailles et à ses folies meurtrières, elle se souviendra du nom de Serre comme celui d'un homme qui aura particulièrement contribué à l'honneur de l'esprit humain. De Harvard à Singapour, lorsqu'on annonce un exposé de Jean-Pierre Serre, les amphithéâtres débordent, et on en sort enthousiaste et séduit. Personne ou presque, pourtant, ailleurs que chez les scientifiques, ne connaît son nom... Ce n'est pas qu'il manque de reconnaissance : plus jeune récipiendaire (28 ans) de la médaille Fields à ce jour, plus jeune Professeur au Collège de France (élu à 30 ans), membre d'innombrables académies, titulaire de tous les prix prestigieux. S'il n'est pas une star, c'est sans doute que les mathématiques font peur, et sont souvent difficiles à vulgariser ; c'est aussi que Serre, comme beaucoup de mathématiciens, répugne à la notoriété médiatique : il en craint les déformations, et protège son travail d'entraves inutiles. Et puis, à vrai dire, il n'en a rien à faire...

Ce prix Abel n'a guère été l'occasion de combler un peu cette lacune dans l'information. Les articles auraient pu expliquer, à juste titre, l'importance et la variété des contributions de Jean-Pierre Serre aux mathématiques, l'ampleur de son influence, ainsi que l'extraordinaire constance de cet apport : il avait à peine plus de 20 ans lorsque ses travaux de topologie l'ont révélé au monde mathématique ; à plus de 70 ans, il continue, au même niveau scientifique, à étonner et réjouir ses collègues – mettant ainsi en défaut, ô combien, la rumeur selon laquelle un mathématicien est « fini » à quarante ans.

Ses travaux ont commencé au milieu du siècle dernier, avec sa participation au séminaire de topologie algébrique de Henri Cartan à l'École normale supérieure. Il a découvert que la théorie de Leray des espaces fibrés et de leur suite spectrale pouvait en quelque sorte être appliquée dans un cadre beaucoup plus large qu'on ne l'imaginait alors. Cela l'a amené au calcul des groupes d'homotopie des sphères, *via* des méthodes et des résultats qui ont révolutionné la topologie algébrique – et lui ont valu la médaille Fields en 1954. Dans l'approche que Serre a alors développée on trouve un modèle de ce qui fut, de ce qui est, toute sa vie mathématique : il est sans aucun doute l'un des plus éminents spécialistes de la géométrie algébrique, de la théorie des groupes, de la théorie des nombres, de la topologie, mais dans chacun de ces domaines il importe, utilise, façonne des outils et des idées venant des autres domaines. Il n'est pas surprenant qu'il ait particulièrement aimé travaillé autour des formes modulaires et des représentations ℓ -adiques : on y utilise de la théorie des nombres, de la géométrie, des groupes de Lie, de la combinatoire...

Ici je voudrais essayer de donner le point de vue plus personnel d'un mathématicien. Il me faut, pour cela, enfoncer quelques portes largement ouvertes dans les départements de mathématiques ; j'en demande pardon par avance à mes collègues, mais cet article ne leur est pas destiné.

Nulle part mieux que dans le travail de Serre n'apparaissent à la fois le caractère concret des mathématiques et l'étonnante efficacité de l'abstraction, la dialectique permanente de la théorie et de la pratique que fournissent les mathématiques. Leur caractère concret : Serre connaît un par un les objets mathématiques, les nombres, les groupes, les espaces, il les connaît sous beaucoup d'angles, de plusieurs points de vue, ils lui sont familiers, il connaît leurs particularités et parfois même leurs pathologies ; mieux que quiconque il sait que les mathématiques étudient des objets qui sont ce qu'ils sont, qui ne dépendent ni de notre bon vouloir ni de ce que nous voudrions qu'ils soient. Mais mieux que quiconque aussi il sait, lorsque cela devient nécessaire, prendre le recul, l'envol, monter sur la montagne pour regarder loin et voir globalement : c'est à cela qu'il utilise l'« abstraction » et les outils des mathématiques. La théorie, chez Serre (elle est parfois grandiose, toujours pertinente, et toujours élégante) ne vient que lorsqu'elle s'impose naturellement ; elle n'est jamais là *a priori*, jamais comme un but en soi. Si on peut l'éviter, on l'évite ; sinon, alors, on la fait belle, forte, soignée, lisse, et son efficacité en découle.

S'il est un nom qui symbolise la puissance presque suffocante de l'abstraction, de la théorie, dans les mathématiques du siècle dernier, c'est bien celui d'Alexandre Grothendieck. Grothendieck, et ceux qui connaissent son travail,

savent combien il doit aux intuitions, à la pertinence et aux méthodes de la pensée de Serre. La publication récente de la correspondance mathématique entre Serre et Grothendieck est une contribution majeure à l'histoire des idées. La beauté et l'élégance des mathématiques de Serre, voilà encore une constatation que l'on entend dans toutes les langues, dans tous les pays où se font des mathématiques. Je viens de tenter d'en aborder l'un des aspects : son usage à la fois retenu et virtuose de la théorie. C'est un des ingrédients de l'« élégance ». Il en est d'autres, difficiles à expliquer au profane ; croyez bien qu'il n'y a là nulle arrogance, juste un grand regret de ne pouvoir partager ce plaisir en quelques lignes.

Générosité : un terme qui vient tout de suite à l'esprit à propos de Serre. Pourtant il n'est pas tout à fait adapté. C'est que, si être « généreux » c'est partager ses intuitions, expliquer ses idées, communiquer sa compréhension, alors la générosité est tout simplement l'un des plaisirs essentiels du mathématicien. Mais peut-être, tout de même, Serre est-il encore plus « mathématicien » que d'autres. Lui qui a tant donné, suscité, éclairé, montré la voie, n'a jamais exercé, ne fût-ce qu'indirectement, un « droit de propriété » sur ses idées, ses découvertes ou ses outils. Il a parfois, certes, défendu la mémoire et l'apport de ceux qu'il respecte ; il s'est parfois battu pour rétablir une vérité historique. Mais jamais il n'a donné l'impression (et sans doute n'a-t-il jamais pensé) que ce qu'il avait donné lui « appartenait » de quelque manière que ce fût. Oui, en fin de compte, généreux.

On ne peut pas évoquer cet aspect de sa pratique scientifique sans mentionner Bourbaki. Serre a joué un rôle de tout premier plan dans les travaux et le fonctionnement de ce groupe de mathématiciens, fondé juste avant guerre par quelques jeunes Français. Parmi eux, André Weil – voilà encore un nom peu connu, si ce n'est comme « grand frère de Simone Weil » ; et pourtant ! –, à qui Serre doit beaucoup. Il est temps, encore, de dire haut et fort ce qu'a été Nicolas Bourbaki : une association de scientifiques de tout premier niveau, créée dans le but d'établir des fondements solides aux Mathématiques ; un modèle de fonctionnement désintéressé, mû par la seule nécessité de la compréhension, l'explication, la clarification, pour la beauté et la raison – et la jubilation des mathématiques ! – sans aucune espèce de rétribution sous quelque forme que ce soit (l'appartenance à Bourbaki était secrète) ; des mois et des mois de travail passé au crible de la critique impitoyable du groupe, de son exigence et de sa passion communes ; une sorte de modèle de service public universel de la science, en quelque sorte.

Les livres tiennent une place privilégiée dans l'œuvre de Serre. Je le tiens (et beaucoup de mathématiciens avec moi) pour un « classique » de la langue française moderne. Voilà encore un exemple d'élégance : son écriture précise, claire, efficace. Peu de scientifiques se sont donné la peine de rédiger autant de livres, avec autant de soin. C'est là que la générosité de Serre apparaît le plus clairement, et c'est sans doute aussi par cela qu'il passera à la postérité. A l'université de Yale, l'examen de Français pour les « graduate students » de mathématiques consiste à traduire un paragraphe de Serre (ou de Bourbaki)...

L'utilité des mathématiques ? Certes plus personne ne songe à la remettre en cause aujourd'hui, puisqu'on sait bien qu'elles sont partout, de la gestion du trafic aérien à la forme des verres de lunettes en passant par l'imagerie médicale, internet et les télécommunications, de la description des particules élémentaires à la maîtrise de l'information génomique. Cependant, l'utilité de ses mathématiques n'a jamais été, pour Serre, un critère de ses choix de travail. Il se plaît à dire que les mathématiciens se contentent de mettre leur production à la disposition de tous, comme sur des étagères où l'on peut venir se servir. Noter, cependant, que ce service-là est gratuit. Et que le mathématicien ne fabrique et ne dépose sur l'étagère que ce qui lui plaît. Ce qui le motive, c'est le plaisir, pas l'appât du gain. Serre dit souvent qu'il s'est étonné toute sa vie qu'on l'ait payé, si longtemps, pour une activité qu'il aimait tant. C'est bien la jouissance et la curiosité qui ont été, sans aucun doute, les moteurs du travail de Serre. Il lui arrive parfois de répondre, à un interlocuteur qui cherche à attirer son attention sur une question : « ça ne m'intéresse pas » ; il n'y a dans cette réponse abrupte aucune arrogance, ni aucun jugement : ça ne l'intéresse pas, c'est tout !

Jean-Pierre Serre incarne cette extraordinaire originalité du mathématicien : il est à la fois interprète du monde et découvreur de ses mystères, révélateur et créateur de sa beauté et de sa complexité, pianiste et compositeur, et, bien sûr ! passionné de l'être. Y a-t-il un plus beau métier, lorsqu'il est pratiqué par un Serre ?

Michel BROUÉ
Institut Henri-Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris
broue@ihp.jussieu.fr
<http://www.math.jussieu.fr/broue>

Juin 2005