

La passeggiata

battements d'ailes au jardin du Luxembourg



interview de

Jean-Pierre Kahane

Mathématicien - Professeur émérite - Membre de l'Académie des Sciences

**QU'EST-CE QUE LA RECHERCHE EN
MATHÉMATIQUES AUJOURD'HUI ?**

*organisé par la Cité des Géométries
de Maubeuge - 5, 6, 7 mars 2008*

Interview de Jean-Pierre Kahane¹
Professeur Emérite – Membre de l'Académie des Sciences
et ancien Président de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques

par Francis Trincaretto : président de la Cité des Géométries de Maubeuge²
et Valerio Vassallo : maître de conférences en mathématiques à l'Université de Lille 1
et mathématicien en résidence à la Cité des Géométries

CITATIONS

C'est un thème extrêmement ambitieux :

« Qu'est ce que la recherche en mathématiques aujourd'hui ? ». Naturellement, le colloque ne pourra pas traiter de la question.

J'ai toujours pensé être professeur de mathématiques avant de penser à être mathématicien.

J'ai beaucoup aimé la dialectique entre enseigner les mathématiques et chercher à faire des mathématiques nouvelles. Ça a toujours été une source d'inspiration pour moi.

Le plaisir a toujours été en mathématique pour moi très lié à la douleur.

C'est aussi la dialectique entre la douleur et le plaisir. La douleur de n'avoir pas trouvé et le plaisir de mettre en oeuvre quelque chose de nouveau.

*Il m'arrive de dire, et certains de vos collègues à Lille n'aiment pas du tout cette formule, qu'autrefois j'étais un professionnel et que maintenant je suis un amateur.
Mais vous voyez, il y a des amateurs d'art, et j'aimerais qu'il y ait beaucoup d'amateurs en mathématiques.
Alors, je me flatte d'être l'un d'eux.*

Les laboratoires de mathématiques peuvent contribuer à donner un attrait nouveau aux mathématiques et, comme le disait Borel en son temps, à mieux faire sentir aux élèves, aux parents d'élèves et aux professeurs eux-mêmes la véritable nature des mathématiques.

Jean-Pierre Kahane

¹ Interview réalisée à l'occasion du colloque : « Qu'est-ce que la recherche en mathématiques aujourd'hui ? » des 5, 6 et 7 mars 2008 à Maubeuge.

² Cet article est la version écrite de l'interview, légèrement modifiée et relue par Jean-Pierre Kahane.
<http://www.cite-des-geometries.org>

AVANT-PROPOS

On ne peut pas vous donner des images aussi spectaculaires que celles d'un bébé qui vient de naître³. On ne peut pas non plus vous dire ce qu'est une idée au moment où elle naît. Mais vous savez que ça fait partie de la tradition mathématique et philosophique que l'accouchement socratique. Si on pouvait donner une idée de la manière dont les mathématiciens ressentent cet accouchement, avec les douleurs et le plaisir et la joie de voir quelquefois l'objet qui germe, qui se développe, ça serait très beau. Donc, c'est vous en réalité qui me suggérez une introduction possible au colloque, c'est-à-dire qu'on voit effectivement, sur une série d'images, la recherche en mathématiques en train de se produire. Vous avez un éventail de mathématiciens auxquels vous avez fait appel qui pourra vous donner des flashes sur ces questions et puisque moi je ne serai pas là, c'est moi qui vais commencer à être l'objet de vos questions et à répondre non pas de façon très organisée mais sans doute par une série de flashes aussi. Si on arrive à créer suffisamment de liens historiques et en même temps de liens actuels, je pense que les mathématiques ne sont pas du tout une discipline impénétrable.

IMPRESSIONS SUR LE THÈME DU COLLOQUE

Valerio Vassallo :

Bonjour Jean-Pierre. Pour ceux qui ne vous connaissent pas, vous êtes ancien élève de l'École Normale Supérieure, professeur émérite à l'université d'Orsay, vous avez été président de la Société Mathématique de France et président de l'université de Paris Sud et vous êtes depuis 1998, membre de l'Académie des Sciences.

Vos travaux de recherche portent sur l'analyse de Fourier et ses interactions avec d'autres branches des mathématiques. Votre engagement concernant l'enseignement est bien connu, surtout à travers le rapport de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM) que vous avez présidé autour de l'année 2000⁴.

Cher Jean-Pierre, pourriez-vous nous livrer vos premières impressions concernant le thème de ce colloque⁵ ?

Jean-Pierre Kahane :

C'est un thème extrêmement ambitieux : « Qu'est ce que la recherche en mathématiques aujourd'hui ? » et naturellement le colloque ne pourra pas traiter de la question. Mais c'est très bien si effectivement on donne une image partielle, une image locale de ce qu'est la recherche en mathématiques.

C'est dommage que cela commence par moi, parce que la recherche en mathématique aujourd'hui, naturellement ce n'est pas celle que je fais.

Mais d'une certaine façon, ce n'est pas absurde parce que c'est une recherche dont je suis témoin.

Peut-être qu'aujourd'hui, je suis plus sensible comme amateur à ce qui se fait en mathématiques en général que je ne pouvais l'être lorsque j'étais un acteur professionnel.

Il m'arrive de dire, et certains de vos collègues à Lille n'aiment pas du tout cette formule, qu'autrefois j'étais un professionnel et que maintenant je suis un amateur. Mais vous voyez, il y a des amateurs d'art, et j'aimerais qu'il y ait beaucoup d'amateurs en mathématiques. Alors, je me flatte d'être l'un d'eux.

³ Avant l'entretien, Francis Trincaretto avait évoqué l'existence du catalogue de l'exposition « nés » du photographe et ancien médecin Philippe Bazin (1999, Idem+Arts) ainsi que le colloque « Naître » organisé par Idem+Arts à Maubeuge le 17 septembre 1999.

⁴ L'enseignement des sciences mathématiques, Odile Jacob, 2002.

⁵ « Qu'est ce que la recherche en mathématiques aujourd'hui ? », colloque organisé à Maubeuge par la Cité des Géométries les 5, 6 et 7 mars 2008.

LE MÉTIER DE CHERCHEUR EN MATHÉMATIQUES

Valerio Vassallo :

Nous sommes tout de même intrigués par une question. On parle de mathématicien professionnel, est-ce qu'on arrive plus ou moins à dire depuis quand ce métier existe ?

Jean-Pierre Kahane :

C'est difficile à dire. Les mathématiciens professionnels, à ma connaissance, il en existait au Moyen Age à la cour des souverains de Corée. Les mathématiciens professionnels étaient plus ou moins astrologues, astronomes naturellement.

Mathématicien professionnel au sens où nous l'entendons maintenant, je n'en vois guère le germe qu'avec l'apparition des académies des sciences au XVIIe siècle.

C'était à ce moment-là le CNRS, c'est-à-dire on appointait les gens, et sérieusement. Quand on a fait venir Huygens pour être membre de l'académie royale des sciences, on l'a payé très généreusement. Je vois donc la naissance du professionnalisme au XVIIIe siècle, quoique les mathématiciens les plus éminents du XVIIIe siècle n'aient pas été de ces professionnels.

Ni Fermat, ni Pascal, ni Descartes en France n'étaient des professionnels des mathématiques. Newton était un professionnel de type universitaire, c'est parce qu'il s'est créé à cette époque les grandes universités anglaises dont il est un fleuron. Mais, on voit qu'au XVIIIe siècle en France, la recherche en mathématique était très tributaire de l'Académie des Sciences.

Après tout d'Alembert a été un membre essentiel de cette structure, mais a aussi été secrétaire perpétuel de l'Académie Française. Fourier, pour sa part, a été secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences et bon nombre de secrétaires perpétuels au cours du XIXe siècle ont été mathématiciens.

Le professionnalisme s'est développé en France à l'image de ce qu'il était en Angleterre ou en Allemagne, à partir des écoles et des universités.

En France, l'Ecole Polytechnique a joué, au départ, un rôle tout à fait éminent pour former les élèves, mais aussi pour que les professeurs aient une fonction sociale et puis il y a eu l'Ecole Normale. Il faut consulter les leçons de l'Ecole Normale de l'An III pour voir ce que peut être le lien entre la recherche en mathématiques la plus avancée et l'enseignement tel qu'on peut désirer le donner⁶.

Valerio Vassallo :

Vous parliez du rôle de l'école, quel rôle a joué l'école dans votre attrait pour les mathématiques ?

Jean-Pierre Kahane :

C'est difficile à dire. J'ai sans doute eu de bons professeurs, oui, j'ai eu de bons professeurs. Vous parlez de l'école au sens large bien sûr. J'ai eu des bons professeurs au lycée, j'ai eu des bons professeurs à l'Ecole Normale, mais l'influence majeure de l'Ecole pour moi a été celle de mes camarades.

J'ai eu un camarade qui me précédait un petit peu, c'était Georges Poitou, j'avais beaucoup d'admiration pour lui à tous égards, et j'aimais beaucoup la façon qu'il avait auprès de ses camarades justement de répandre le goût des mathématiques. Je pense qu'il y a une influence des jeunes sur les jeunes, et pour moi il est typique de cette influence. Moi, je suis typique de l'influence du receveur.

⁶ L'école normale de l'an III - Leçons de mathématiques, Laplace, Lagrange, Monge, édition dirigée par Jean Dhombres, Dunod, 1998.

Valerio Vassallo :

Quel plaisir éprouvez-vous à faire des mathématiques aujourd'hui ? Y-a-t-il une différence par rapport aux premiers plaisirs, lorsque vous étiez plus jeune ?

Jean-Pierre Kahane :

Oui. Le plaisir a toujours été en mathématique pour moi très lié à la douleur. C'est-à-dire la douleur de ne pas comprendre, la douleur de m'égarer, la douleur de faire des fautes.

Le plaisir, c'est la libération de cette douleur. Dans ce sens, l'image que nous évoquions tout à l'heure de l'accouchement est une image qui me paraît pertinente. Le mathématicien, il me semble, se libère au moment où effectivement, l'idée prend forme et prend une forme viable. Alors, là, c'est un grand plaisir.

C'est à la fois le plaisir de la découverte et le plaisir de la mise en forme, c'est vraiment l'accouchement.

Valerio Vassallo :

Que pourriez-vous dire de l'instant de la découverte ? Avez-vous souvenir d'un moment où vous vous êtes dit : « Ah, voilà l'idée qui va marcher » ?

Jean-Pierre Kahane :

Je vais répondre à côté. J'ai le souvenir d'une fureur. C'était un sujet sur lequel je travaillais et lequel ce sont mis plusieurs personnes, plusieurs collègues.

Un mathématicien, un grand ami, plus jeune que moi, a trouvé ce que je cherchais et que je ne croyais pas aussi facile à atteindre. Quand j'ai vu que c'était à ma portée et que je ne l'avais pas fait, je suis rentré en fureur.

Cette fureur a été très productive pour moi en mathématiques.

Il avait tout simplement utilisé la bonne clé. Je peux vous dire ce qu'était la bonne clé, c'était le théorème de Baire. Le théorème de Baire, je le connaissais mais il ne m'était pas familier.

Cela a orienté toute une partie de mon activité mathématique : chercher à utiliser le théorème de Baire, quand le théorème de Baire s'impose.

Voilà, c'est aussi la dialectique entre la douleur et le plaisir. La douleur de n'avoir pas trouvé et le plaisir de mettre en œuvre quelque chose de nouveau.

Valerio Vassallo :

Il y a eu une dynamique dans votre carrière. Quels facteurs ont déclenché vos choix thématiques ainsi que vos changements d'orientation ?

Jean-Pierre Kahane :

Cela a été l'influence de mes maîtres, donc l'influence des modes. Paradoxalement, lorsque j'étais le plus sensible à ces modes, je faisais figure de mathématicien échappant un peu à la mode.

C'est qu'au sein des mathématiques pures il y avait des approches diverses. Bourbaki était la mode dominante, et je n'étais pas membre de Bourbaki.

Mon maître était Szolem Mandelbrojt, un mathématicien très original, et qui s'était écarté de Bourbaki.

Maintenant son nom a un peu disparu, et c'est son neveu, Benoit Mandelbrot, qu'on connaît beaucoup plus que lui. Szolem Mandelbrojt était un homme extrêmement fin et un mathématicien éminent qui a fait faire de grands progrès à l'analyse complexe et à l'analyse de Fourier.

Il m'a introduit dans une espèce de jungle mathématique au moment où Bourbaki dessinait les grands parcs à la française. J'ai eu beaucoup de plaisir à marier ce que je savais de l'organisation des grands parcs et la jungle que me révélait Szolem Mandelbrojt.

En mariant l'un et l'autre, j'ai refait la théorie des fonctions moyenne-périodiques, ce qui a intéressé Laurent Schwartz. A son tour, Laurent Schwartz m'a révélé la théorie de Gelfand des algèbres de Banach.

Les problèmes qu'il se posait à ce sujet rejoignaient ceux que j'ai découverts chez Paul Lévy en 1932, et qui revenaient à la mode sous différents aspects.

J'ai contribué à la solution de ces problèmes, parfois de manière imprévue. Parallèlement à ces recherches, j'avais amorcé une collaboration avec Raphaël Salem, qui était à l'époque, avec Antoni Zygmund, une autorité mondiale en matière de séries de Fourier ; Salem avait du style, et il a orienté le mien, en même temps qu'il m'a révélé ce qui allait devenir l'un des leit motifs de mes recherches, l'application des probabilités à des problèmes d'analyse.

Paul Lévy m'avait séduit par son livre sur le mouvement brownien de 1954, que j'avais lu comme un roman. Il s'intéressait à ce que je faisais et il m'a invité une fois chez lui en 1959.

Une seule visite, mais de grande conséquence pour moi. Je lui avais demandé de m'indiquer des questions qui lui paraissent intéressantes.

L'une des questions, sur le recouvrement d'un cercle par des intervalles disposés au hasard, m'a plu tout de suite, j'ai fourni une réponse partielle, et ç'a été la toile de fond de beaucoup de mes recherches.

L'autre, sur une théorie à faire des multiplications aléatoires, ne me disait rien du tout : Paul Lévy avait dit tout ce qu'il y avait à dire sur les sommes de variables aléatoires, il n'y avait qu'à exponentier pour passer aux produits.

Ce n'est que bien après que j'ai vu le lien entre les deux questions, et la richesse de la seconde question.

Les idées de Benoit Mandelbrot et ma collaboration avec Jacques Peyrière ont catalysé la réaction.

Salem le premier m'avait orienté vers les liens entre l'analyse que je connaissais grâce à Szolem Mandelbrojt, l'analyse complexe et l'analyse de Fourier, et les probabilités.

J'ai parlé tout à l'heure de l'outil merveilleux que constitue le théorème de Baire, mais quel outil merveilleux et quel champ immense pour l'imagination que les probabilités !

Valerio Vassallo :

D'après vous, le métier de chercheur a-t-il évolué depuis que vous l'exercez ?

Jean-Pierre Kahane :

Oui, tout à fait. Il a évolué, vous le savez bien. Les outils font évoluer les concepts. On en reparlera peut-être, parce que ça vaut la peine de reparler de cette question : l'influence de l'informatique.

Il est clair qu'on ne travaille plus maintenant de la même façon qu'autrefois. Les mathématiciens restent fidèles à une pratique que beaucoup maintenant ignorent. C'est la pratique du tableau noir et la pratique de la réflexion personnelle, individuelle.

Se promener et faire des mathématiques. Ceci est une constante. Je pense que ça a existé de tout temps et que ça existera de tout temps. Mais cela n'empêche que lorsque j'étais jeune, les séminaires étaient jeunes.

Il n'y avait pas de séminaires dans la génération qui me précédait. Maintenant, il y a des séminaires partout.

Il y a des colloques constants, on voyage beaucoup. Donc, le mode de communication a énormément changé.

L'un de mes thèmes favoris en ce qui concerne le développement de la science aussi bien que le développement des mathématiques, c'est qu'en science la découverte est et doit être inséparable de la communication.

En mathématiques, la communication est en même temps l'outil par lequel germe de nouvelles idées, donc de nouvelles découvertes. La création mathématique se fait maintenant beaucoup plus collective.

Ce que j'observe aussi, c'est que de mon temps, lorsque j'étais jeune, j'avais la liberté complète d'organiser mon travail, de choisir mes sujets de recherche, je n'avais de pressions que des pressions occultes, c'est-à-dire, l'avis de mes aînés, de mes camarades, disons l'ambiance générale.

Maintenant, la pression se fait forte sur les jeunes et elle n'est pas occulte du tout. Il faut faire la thèse très vite. Après la thèse, il faut rechercher un emploi etc.

Aussi bien chez les jeunes que chez ceux qui les encadrent, j'observe maintenant une pression qui peut être favorable à la production mathématique dans son ensemble, mais qui me paraît risquer de tuer la poule aux œufs d'or si on ne veille pas à préserver, pour les jeunes en particulier, de grandes zones de calme et de liberté.

PERSPECTIVES DE LA RECHERCHE EN MATHÉMATIQUES

Valerio Vassallo :

Jean-Pierre, si vous voulez bien, nous allons maintenant parler de l'évolution des mathématiques et de leurs interactions avec les autres disciplines. Nous aurions envie de vous poser une question un peu ambitieuse : quelles sont les perspectives de la recherche en mathématiques d'après vous ?

Jean-Pierre Kahane :

Tout d'abord, j'élimine la perspective catastrophique. J'élimine la perspective que nous sommes au bout du chemin, que nous ne faisons qu'exploiter ce qui a été fait jusqu'à maintenant, que les mathématiques s'organisent comme des task forces⁷ en face de sollicitations extérieures avec des contrats à trois ans, que les jeunes sont exploités le plus possible et qu'après ça on les balaye en en conservant simplement quelques-uns pour servir de bannière et de mentors aux autres.

Çà, c'est la perspective catastrophique. On n'en parle plus, parce que c'est une perspective qui regarde l'évolution de la science dans son ensemble et dans ses relations avec la science et la société. Je vois les choses autrement.

La science est un atout fantastique pour l'humanité dans son ensemble, l'humanité ne peut pas s'en passer en face des problèmes qui vont se poser à elle, je parle de l'ensemble des sciences, pas des mathématiques seulement.

Dans l'ensemble des sciences, les mathématiques jouent un rôle particulier et inestimable, elles ont toujours été par leur caractère de généralité une sorte de carrefour des autres sciences.

Vous me demandez des perspectives, je vais revenir en arrière s'il vous plaît.

Vous faites bien de me poser la question des perspectives, parce que maintenant, j'ai des perspectives alors que quand j'étais jeune, je travaillais mais je n'en avais pas. Je reprends l'optique que je pouvais avoir lorsque j'étais jeune et qu'avaient les jeunes mathématiciens de mon époque.

Les mathématiques, la mathématique comme on disait à l'époque, c'était un champ merveilleux, immense, nous y avions notre place si nous étions capable d'y travailler, en tout cas nous y avions une place parce que les mathématiques s'enseignaient.

J'ai toujours pensé être professeur de mathématiques avant de penser à être mathématicien. J'ai beaucoup aimé la dialectique entre enseigner les mathématiques et chercher à faire des mathématiques nouvelles.

Ça a toujours été une source d'inspiration pour moi que l'enseignement que j'ai donné. Quelquefois de manière absolument directe, j'ai appris des choses parce que je devais les enseigner.

Si je regarde ce que j'ai enseigné au cours de mon existence, c'est essentiellement ce que j'ai appris longtemps après mes études. Dire que les études ne m'ont pas formé, ce n'est pas vrai, par exemple, la géométrie élémentaire, j'en ai fait quand j'étais au lycée et je peux dire que je ne l'ai jamais enseignée.

Mais est-ce qu'elle a contribué à la formation de mon esprit ? C'est absolument incontestable.

Quoi qu'on fasse en mathématiques, je crois que ça contribue à la formation de son esprit. Après ça, l'évolution de son travail, et bien elle est sujette à l'ambiance générale, à la place qu'occupent les mathématiques et les sciences dans l'époque.

Juste après que j'aie commencé à faire des mathématiques, les mathématiques ont joui d'une faveur absolument extraordinaire dans l'opinion publique mondiale.

La science en général était portée au pinacle : la physique et les mathématiques.

C'était l'époque des premières machines à calculer, c'était l'époque du premier Spoutnik, ensuite, ça a été l'époque de Gagarine, ça a été l'époque où Eisenhower a confié à une commission le soin de définir le rattrapage des États-Unis à l'égard de l'Union Soviétique en matière de recherche spatiale.

La commission Eisenhower a eu l'idée absolument magnifique de dire à Eisenhower : il faut développer la science dans toutes ses dimensions, et il faut la développer d'abord en développant la science dans les universités.

Cela a été le moment du grand essor scientifique et universitaire américain, c'était donc la fin des années cinquante et le début des années soixante.

⁷Task force : dans l'entreprise, groupe constitué pour mener à bien une mission particulière. Source : larousse.fr

En France, il y avait un mouvement, assez fort à l'époque, le mouvement national pour le développement scientifique, le MNDS, dont certains des animateurs étaient mathématiciens : Lichnerowicz et Zamansky.

Il y avait également le mouvement syndical jeune à l'époque.

Dans mon curriculum vitae, vous n'avez pas signalé que j'ai été secrétaire général du SNESUP, le Syndicat National de l'Enseignement Supérieur, quand c'était un tout petit syndicat, très jeune et dynamique.

Il y avait un dynamisme considérable à cette époque. Quand nous allions voir le ministre, c'est sur la nécessité de la recherche scientifique que nous insistions le plus.

C'est sur la création de laboratoires, de bibliothèques, etc. Ça répondait. Ça a été la création des universités, c'était une époque scientifique extraordinaire.

Ça a été l'époque où est née l'astrophysique moderne, c'est l'époque où est née la biologie moléculaire.

C'est une grande époque de développement pour les sciences sociales et c'était l'époque à la fois de grandes ambitions et de grandes illusions.

C'était l'illusion que la science pourrait répondre à tout. L'illusion était particulièrement grande en ce qui concerne les mathématiques. Les mathématiques, c'était la clé universelle.

J'ai entendu dire de collègues linguistes ou biologistes que la clé de la linguistique ou la clé de la biologie était dans les mathématiques. J'avais à leur expliquer que ce n'était pas vrai, que la clé était chez eux et que nous, nous pouvions contribuer à faire avancer les choses.

L'illusion en ce qui concerne les mathématiques a été extrêmement pernicieuse, vous le savez bien, ça a été dans l'enseignement. Cette illusion est-elle venue des mathématiciens ? Je ne le crois pas.

Les mathématiciens y ont été sensibles et y ont prêté leur crédit, mais l'illusion venait d'ailleurs.

Je me rappelle qu'on enseignait de prétendues mathématiques modernes alors qu'elles n'étaient absolument pas dans les programmes.

Aux États-Unis, il y avait des mathématiques pour papa qui étaient dans les drugstores en concurrence avec les ouvrages pornographiques et je ne sais pas lesquels étaient les plus pernicieux pour la jeunesse.

Cet engouement pour les mathématiques venait d'ailleurs. Il est intéressant de voir que cet engouement a existé et qu'il a eu des effets excellents pour une part, désastreux pour une autre.

Jean-Pierre Kahane éditeur

J'ai été l'éditeur à ce moment-là, autour des années 1970, d'une série oubliée maintenant, c'est la série Sup Mathématiques des Presses Universitaires de France. Les premiers ouvrages ont été remarquables : un ouvrage de Jean-Pierre Serre « Cours d'arithmétique », un ouvrage de Jean-Louis Krivine « Théorie axiomatique des ensembles » et d'autres éminents qui ont suivi.

Les Presses Universitaires de France ont eu une idée folle. Nous avons convenu ensemble qu'il devait s'agir d'ouvrages à prix très réduits, à format très réduits mais contenus en eux-mêmes, c'est-à-dire, ce n'était pas une introduction à quelque chose, ce devait être intéressant en soi-même.

Les deux ouvrages, dont je vous parle, étaient parfaitement intéressants en eux-mêmes et répondaient exactement à ce que nous souhaitions.

Le directeur littéraire des PUF a fait une folie, il les a fait tirer l'un et l'autre, c'était le début des années 70, à 10 000 exemplaires. Les 10 000 exemplaires sont partis en un an. Il a fallu refaire un tirage de 10 000 exemplaires par la suite. J'évoque ça parce que ça nous fait rêver maintenant. On n'imagine pas que pour des ouvrages de ce niveau il puisse y avoir une pareille diffusion.

Voilà donc un exemple du grand essor des mathématiques à cette époque et surtout un engouement pour les mathématiques aussi bien dans le milieu scientifique que dans l'opinion publique, avec naturellement les premières réactions : est-ce que les mathématiques ne vont pas prendre la place du latin dans l'enseignement ? est-ce que les mathématiques ne vont pas être tyranniques vis à vis des autres disciplines ?

Ces réticences se sont manifestées avec une force accrue au moment des programmes des mathématiques modernes.

Vous connaissez mieux l'histoire que moi, n'est-ce pas, alors vous voyez comment, dans l'enseignement, nous ne sommes pas encore sorti de ces réformes, contre-réformes qui aboutissent à aller dans un sens, dans un autre.

Finalement le résultat est de diminuer la part des mathématiques dans l'enseignement, dans la formation.

Or, paradoxalement, la part des mathématiques dans les sciences, je l'ai vu augmenter depuis cette période, parce que les mathématiques que j'ai vécues au départ, vivaient sur l'acquis du XIXe siècle et du début du XXe siècle et était essentiellement un approfondissement et une remise en ordre de ces mathématiques.

Bourbaki est un chef d'oeuvre qui restera comme chef d'oeuvre, comme Euclide reste un chef d'oeuvre. J'avais cru à l'époque que Bourbaki ouvrait les portes de l'avenir. Non, Bourbaki est une magnifique clôture du passé.

L'avenir se trouvait ailleurs, l'avenir, c'était dans ce qui venait des autres disciplines, ce qui venait des autres outils et qui germe à l'heure actuelle.

Je ne peux tout de même pas faire une conférence là-dessus, mais qu'ai-je vu ? J'ai vu dans les années 70 et en particulier à Orsay les mathématiques appliquées arriver, au sens français du terme, c'est-à-dire probabilités, probabilités et statistiques et analyse numérique, mais analyse numérique des équations aux dérivées partielles.

Alors c'est très bien qu'il y ait eu ces développements. Il y a eu parallèlement le développement de l'informatique. On a parlé à ce moment-là de l'essor des mathématiques appliquées, de l'essor de l'informatique, mais très curieusement, dans les années 80, le CNRS s'est avisé de faire une recherche coopérative sur programme : « Applications des mathématiques pures ».

C'était clair, il n'y a pas de divorce entre mathématiques pures et mathématiques appliquées.

Est-ce que les dernières recherches en analyse de Fourier, qu'étaient les ondelettes à l'époque, sont des mathématiques pures ou des mathématiques appliquées ?

On est bien en diable de le dire, n'est-ce pas. Ce sont des mathématiques pures quand c'est créé par des mathématiciens et que ça sert d'outils aux mathématiciens. Ce sont des mathématiques appliquées lorsque ça sert aux physiciens, aux ingénieurs, aux biologistes et ainsi de suite.

Ce que j'ai vu, et ça c'est le tournant de la fin des années 80, c'est que dans l'image des mathématiques, on abandonnait complètement de l'intérieur comme de l'extérieur, l'image de la forteresse reposant sur des structures, sur des fondements.

Cette image du bâtiment mathématique, je crois qu'elle a pris l'eau. On est allé vers une idée que les mathématiques se développaient aujourd'hui, conformément à leurs traditions, en puisant des idées dans les autres sciences, des idées et des concepts, quelquefois même des méthodes.

En y réfléchissant, en en extrayant des choses plus simples, plus générales et par conséquent plus puissantes, susceptibles d'aller se réaliser ailleurs aussi.

L'image des mathématiques appliquées ne rend pas suffisamment compte de ce mouvement des mathématiques. Il y a des liaisons avec les autres disciplines et avec la réalité par les applications, mais il y a des liaisons qui sont peut être encore plus riches par la stimulation des mathématiques à partir de ce qui vient d'ailleurs.

Là, c'est complètement conforme à la tradition, c'est-à-dire les mathématiques ont toujours été une réserve de connaissances, appliquées en dehors de ce qui a donné naissance à ces connaissances.

L'exemple de Kepler et des coniques est absolument standard, mais l'exemple également de Riemann et Einstein : il n'y aurait pas eu d'Einstein sans Riemann.

Il n'y aurait pas eu de machines à calculer sans Boole et sans Turing et ainsi de suite. Mais puisque nous évoquons tout à l'heure l'astrophysique et la biologie moléculaire, il n'y aurait pas d'astrophysique contemporaine s'il n'y avait pas eu la transformée de Fourier rapide.

C'est uniquement à cause de ces outils mathématiques que les astrophysiciens sont capables de nous livrer les connaissances du cosmos comme ils le font maintenant.

Pour la biologie moléculaire, le rapport que je vois est un rapport typique.

La biologie moléculaire est inséparable de l'idée de code génétique, l'idée de code génétique vient de la théorie de l'information, la théorie de l'information pour les mathématiciens vient des téléphones par Wiener, par Shannon mais il n'y a aucun rapport direct entre les ingénieurs des téléphones et les biologistes moléculaires. Le rapport, il se fait par la noria que constituent les mathématiques. Les mathématiques s'alimentent auprès des télécommunications, élaborent la théorie de l'information, c'est Kolmogorov, c'est Shannon, etc.

Cette théorie de l'information se trouve ensuite indispensable pour rendre compte des développements actuels de la biologie.

Les exemples sont légion et ils me font penser, c'est un acquis pour moi de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques que j'ai présidée pendant quelques années, c'est que si on veut avoir une vue perspective des mathématiques à l'heure actuelle, il faut songer aux sciences mathématiques, non pas comme la propriété des mathématiciens, ça ne l'a jamais été, les mathématiques n'ont jamais été la propriété des mathématiciens, mais comme le résultat de contributions mathématiques qui ne sont pas le fait de mathématiciens..

Les informaticiens, dans la mesure où on les distingue des mathématiciens, contribuent très fortement à la création des mathématiques à l'heure actuelle.

Il n'y aurait pas de problème P et NP s'il n'y avait pas à la fois informatique et logique. La logique est en ce moment absolument ré-inspirée par l'informatique.

La physique continue à jouer un rôle essentiel. Il y a des physiciens qui sont reconnus comme physiciens, mais s'ils voulaient être reconnus comme mathématiciens, ils seraient reconnus comme mathématiciens.

On voit donc maintenant que les sciences mathématiques brassent des contributions qui sont beaucoup plus variées que par le passé.

MATHÉMATIQUES ET SOCIÉTÉ : L'AFFAIRE DE LA SOCIÉTÉ GÉNÉRALE⁸

Francis Trincaretto :

Vous venez de parler des mathématiques comme une science et des interactions de cette science avec d'autres sciences notamment celles de la matière et celles du vivant, qu'elles s'enrichissent finalement de façon interactive. Les exemples que vous avez donnés l'illustrent bien.

Mais, ça reste à l'intérieur du champ scientifique et ce qui nous intéresse aussi à la Cité des Géométries, c'est de voir la science et son intervention dans notre quotidien.

Il y a une actualité qui m'a interpellé par rapport à ça. C'est l'actualité de la Société Générale où les économistes nous parlent beaucoup des raisons pour lesquelles cela a pu arriver, nous expliquent aussi les mécanismes bancaires, certains mécanismes bancaires, mais avec de temps en temps une allusion au fait que, tout de même, les produits qui sont proposés, ce qu'on appelle les produits dérivés, sont des produits qui ont essentiellement été développés par des mathématiciens.

Je pense qu'on ne peut pas comprendre ce qui se passe à la Société Générale si on ne comprend pas l'importance qu'ont prise les mathématiques dans le domaine économique et notamment à travers, vous en avez beaucoup parlé tout à l'heure, les probabilités, à travers les prédictions de risques, les stratégies face aux risques etc.

C'est une question qui m'intéresse parce que ce sont les mathématiques qui entrent directement dans le champ de la vie quotidienne des gens, notamment des gens qui déposent leur argent dans une banque et qui ne savent pas trop ce que cela devient par la suite, de la responsabilité des mathématiciens. A côté du plaisir dont on parlait tout à l'heure et de la douleur, y-a-t-il une responsabilité des mathématiciens ?

Jean-Pierre Kahane :

Merci de cette question, elle est essentielle. Est-ce que les mathématiciens ont une responsabilité ? Oui. Est-ce que les scientifiques ont une responsabilité ? Oui. Est-ce qu'ils doivent porter le fardeau de tous les désordres du monde actuel ? Non.

Et la, je réponds aussi bien pour les biologistes que pour les mathématiciens. Mais en ce qui concerne les mathématiciens, vous avez raison d'insister sur l'importance des mathématiques financières.

Naturellement, il y a toute une partie des mathématiques qui a été orientée par les assurances, et cela dès le XVII^e siècle.

La profession d'actuaire a toujours été un des débouchés pour les agrégés de mathématiques. Mais maintenant il s'agit d'une chose d'une toute autre ampleur. C'est-à-dire qu'effectivement, les produits dérivés, d'une certaine façon ont toujours existé sous la forme des assurances, mais maintenant, vous avez raison, les assurances sur les ventes à venir, ou sur les achats à venir et surtout la manière dont les banques proposent ces assurances, cela repose sur des mathématiques assez évoluées.

D'ailleurs, c'est une chose assez amusante que de voir le mouvement brownien s'appliquer dans ces domaines qui sont extrêmement loin a priori des mouvements des particules en suspension dans un liquide mais qui sont proches de l'analyse que Bachelier faisait dès 1900 de l'évolution des cours de la bourse.

Il parlait à ce moment-là de la diffusion des probabilités. Je prends un instant de pause pour réfléchir...

La question que vous posez est en rapport immédiat avec une conversation que nous avons eue par téléphone il y a deux jours avec Marc Yor. Marc Yor pour le situer est membre de l'Académie des Sciences, probabiliste, il dirige un Master Recherche à l'Université Pierre et Marie Curie.

Les anciens élèves de ce master se dirigent en grande partie vers les mathématiques financières, à son avis de manière trop exclusive parce que il y a d'autres débouchés extrêmement importants par exemple en liaison avec les biologistes, en liaison avec l'épidémiologie.

Il y a un appel considérable de ce côté-là, qui n'est pas pourvu parce que l'appel de la finance est trop fort.

Je viens d'avoir simplement par la presse la révélation de ce qu'était le métier de trader⁹ et l'origine des traders, c'est-à-dire, ce sont pour une bonne part des polytechniciens passés par des enseignements du type de Marc Yor et qui se dirigent vers une carrière d'aventure financière où naturellement ils mobilisent les connaissances mathématiques qu'ils ont et plus généralement la formation mathématique qu'ils ont acquise.

⁸En janvier 2008, la Société Générale révélait une perte de l'ordre de cinq milliard d'euros, perte due aux prises de position de l'un de ses traders.

⁹Trader : dans une banque ou une société boursière, opérateur spécialisé dans l'achat et la vente de valeurs mobilières, devises et produits dérivés. Source : larousse.fr

Marc Yor¹⁰ est un homme de très grande conscience professionnelle et morale.

Il est extrêmement touché et affecté par ce qui se passe dans le secteur bancaire. Je dois dire que certaines de ses interventions à l'Académie étaient des mises en garde à l'égard de liens trop forts entre l'Académie¹¹ et certaines banques à l'occasion de prix créés par ces dernières.

Il y a la nécessité d'une réflexion qui dépasse Marc Yor et ceux qu'il peut toucher directement. Cela intéresse les sociétés savantes : la Société Mathématique de France¹² et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles¹³.

C'est un problème majeur de responsabilité des scientifiques et de responsabilité des mathématiciens que de voir la manière dont ils contribuent aux systèmes financiers actuels et ils doivent pouvoir démarquer ce qui est la science, ce qui est la formation scientifique et ce qui est l'exploitation que dans les circonstances actuelles la société en fait.

En effet, la science et la formation scientifique sont nécessaires dans quelque perspective optimiste qu'on a de l'évolution de l'humanité.

Il peut y avoir des changements sociaux, la science et la formation scientifique doivent rester comme outils et ces outils à l'heure actuelle, il faut dire que c'est utilisé en priorité par ceux qui ont les pouvoirs économique, financier et politique.

Il ne faut pas faire porter aux scientifiques la responsabilité de cette exploitation. Par contre, ils doivent pouvoir démarquer très nettement ce qui est la science à laquelle ils ont le devoir de contribuer pour la faire progresser et de contribuer pour la faire connaître et puis les applications de la science telles que la société les impose à l'heure actuelle, y compris la Société Générale.

¹⁰ «Faut-il avoir peur des mathématiques financières ?», Gazette des mathématiciens, octobre 2008.

http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/Nouveautes/smf_gazette_118_57-61.pdf

¹¹ Mathématiques financières et industrie bancaire, avril 2008.

http://www.academie-sciences.fr/conferences/seances_publicques/pdf/Seance_01_04_08_programme.pdf

¹² Fondée en 1872, la Société Mathématique de France est l'une des plus anciennes sociétés savantes pour les mathématiques dans le monde. Association loi 1901, reconnue d'utilité publique, elle a pour but « l'avancement et la propagation des études mathématiques pures et appliquées ». <http://smf.emath.fr/>

¹³ La Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles est une association régie par la loi de 1901 fondée en 1983. Elle a pour de contribuer au développement des mathématiques appliquées à travers la recherche, les applications dans les entreprises, les publications, l'enseignement et la formation des chercheurs et ingénieurs. <http://smai.emath.fr/>

L'IMAGINATION EN MATHÉMATIQUES

Valerio Vassallo :

À côté de ces considérations matérielles, y-a-t-il encore une place pour un autre type d'imagination en mathématiques ?

Jean-Pierre Kahane :

Ah ! L'imagination en mathématiques. Merci d'en parler parce que c'est en ce moment une marotte de ma part. La marotte est stimulée par le rôle que le socle commun de connaissances et de compétences qui a maintenant force de loi attribue aux mathématiques.

Les mathématiques sont une école de rigueur, sont des critères de vérité donc forment l'esprit logique dans l'esprit de la démonstration hypothético-déductive, mais c'est tout.

Ce qui ouvre l'esprit, ce qui stimule l'esprit critique, ce qui est la prise sur la réalité, appartient aux autres sciences. Les mathématiques, dans le socle commun, sont d'une sècheresse absolument rebutante à mon sens.

Or, ceux qui ont réfléchi à l'enseignement des mathématiques ont toujours insisté sur le fait que les mathématiques étaient une école de l'imagination.

Il y a une phrase de Condorcet qui est superbe : « Les premières notions mathématiques doivent faire partie de l'éducation de l'enfant ».

Les chiffres, les lignes, parlent plus qu'on ne croit à leur imagination naissante, et c'est un moyen sûr de l'exercer sans l'égarer ». C'est sur le discours sur les mathématiques qui doit servir de préface au traité de mathématiques de Lacroix. Ça me paraît être une formule très heureuse.

C'est-à-dire, il ne place pas au départ la vérité, la rigueur, il place au départ l'imagination. En fait, quand les enfants dessinent, quand les enfants s'amuse avec des jetons, quand ils jouent à des jeux de hasard avec des pions, c'est leur imagination mathématique qui est stimulée.

Et peut-être est-ce qu'on n'en tient pas suffisamment compte dans l'enseignement à la fois pour continuer à considérer les mathématiques comme une école de l'imagination et pour tirer parti de ce qui se développe chez les élèves comme images mentales spontanées pour ainsi dire.

Parce qu'il faut les éduquer l'imagination. Cela m'évoque une conversation avec un mathématicien que j'ai beaucoup aimé Gabriel Mokobodski. Gabriel Mokobodski, les dernières conversations que j'ai eues avec lui, c'était à l'hôpital Cochin, pas loin d'ici, il était très malade, mais il avait l'esprit encore très net et vigoureux, il avait des projets.

Il avait un projet, c'était d'écrire quelque chose sur son expérience des mathématiques comme école de l'imagination. C'est-à-dire, il ne s'agit pas simplement de se laisser emporter par l'imagination.

L'imagination doit être disciplinée et cela m'évoque un autre terme d'un grand penseur de l'enseignement scientifique qu'est Paul Bert.

Paul Bert a été l'auteur des premiers programmes de l'enseignement élémentaire à partir de 1879, il a fait des rapports au parlement à ce sujet.

Il a écrit des textes, il a mis la main à la pâte aussi pour écrire des ouvrages. Pour lui, les sciences naturelles, les sciences physiques et les sciences mathématiques devaient être enseignées à l'école élémentaire non seulement parce que c'était utile, immédiatement utile, mais parce que c'était une discipline de l'intelligence et que cette discipline de l'intelligence devait leur permettre de s'affranchir des préjugés.

LES LABORATOIRES DE MATHÉMATIQUES

Valerio Vassallo :

Nous voudrions vous poser une dernière question pour faire le lien entre ce que vous venez de dire et le colloque précédent sur les laboratoires de mathématiques¹⁴. Dans le rapport de la commission que vous avez présidé, vous avez évoqué cette idée de Borel qui appelle à la création de laboratoires de mathématiques.

En quel sens ces laboratoires peuvent-ils être cette place où exercer une autre forme d'imagination, différente de celle fournie par la rigueur ?

En quels sens peuvent-ils permettre de créer des liens entre chercheur et enseignant, enseignant et élève et chercheur et élève ?

Jean-Pierre Kahane :

Si vous me lancez sur les laboratoires de mathématiques, il faut d'abord penser à m'interrompre. Les laboratoires de mathématiques, c'est vrai, est une idée que nous avons eue à la commission en liaison avec l'influence de l'informatique et la nécessité d'introduire les concepts de l'informatique dans l'enseignement des mathématiques.

Mais cela déborde de beaucoup l'informatique, c'est-à-dire, dans des laboratoires de mathématiques, il faut des outils informatiques, il n'y a pas de doute, mais il faut des outils de tous les jours : de la ficelle, de l'eau, du sable, des balances, il faut des crayons et des livres naturellement.

Tout ce qui peut effectivement servir à l'imagination et à travailler avec le cerveau et avec les mains sur les problèmes abordés.

L'imagination, il ne faut pas que ce soit le privilège des laboratoires de mathématiques.

Dans les cours de mathématiques, il doit y avoir un appel à stimuler l'imagination des élèves également.

C'est à la suite des cours que les élèves vont pouvoir rêver. Il faut que les élèves puissent rêver en mathématiques et pas seulement dans les laboratoires.

Mais les laboratoires sont tout de même, par rapport aux classes, un espace de liberté. C'est un espace de liberté d'abord parce qu'il n'y aura pas de programme. Les programmes seront fixés établissement par établissement comme c'est déjà le cas dans les laboratoires qui fonctionnent.

A Montpellier, j'ai visité le laboratoire de mathématiques du lycée Mas de Tesse. C'est un laboratoire comme un laboratoire de sciences physiques, comme un laboratoire de biologie et les élèves s'y sentent d'autant plus libres que ils ont un programme qui leur est donné par les professeurs, des professeurs de différentes disciplines, en commun, et des programmes à long terme.

Ceci est important, ne pas réfléchir à un problème parce qu'on a à rendre la copie le surlendemain, ne pas concevoir les travaux pratiques comme l'exécution de tâches minutées. Précisément, l'apport des laboratoires de mathématiques, tels que je les vois, est de développer l'esprit de l'expérimentation dans l'optique d'un programme à assez long terme.

Un petit peu, si vous voulez, comme MATH.en.JEANS¹⁵, que nous connaissons en mathématiques.

Il faut précisément que les élèves puissent penser, puissent rêver en dehors du laboratoire. Mais pour que le programme prenne corps, pour qu'il prenne chair, alors il faut qu'il y ait des discussions entre les élèves, des discussions avec leurs professeurs et avec les professeurs des différentes disciplines.

Un biologiste est bienvenu dans un laboratoire de mathématiques.

Il faut également des discussions avec des chercheurs, si un chercheur est invité dans un établissement scolaire, il s'y trouvera beaucoup plus à l'aise dans un climat de laboratoire que dans un climat de classe ou amphithéâtre.

Je crois que effectivement, comme nouveau lieu de vie dans les lycées et peut-être dans les collèges, les laboratoires de mathématiques¹⁶ peuvent contribuer à donner un attrait nouveau aux mathématiques et, comme le

¹⁴ « Mathématiques : des laboratoires pour le primaire et le secondaire ? » colloque organisé à Maubeuge par la Cité des Géométries de Maubeuge les 1, 2 et 3 mars 2006.

¹⁵ Méthode d'Apprentissage des Théories mathématiques en Jumelant des Établissements pour une Approche Nouvelle du Savoir : les ateliers MATH.en.JEANS fonctionnent en lycée, en collège mais aussi en primaire et à l'université. Ils apportent aux élèves, y compris aux plus démotivés ou à ceux qui sont scolairement faibles, un lieu de découverte, de création et d'investissement possible, un environnement qui encourage et valorise leur initiative. Soutenue par le CNRS et agréée par l'Éducation Nationale.

<http://mathenjeans.free.fr/>

¹⁶ L'enseignement des disciplines scientifiques dans le primaire et le secondaire, audition de J.-P. Kahane à l'Assemblée Nationale dans le cadre mission présidée par J.-M. Rolland, mai 2006, pp. 256-261.

<http://www.assemblee-nationale.fr/12/pdf/rap-info/i3061.pdf>

disait Borel en son temps, à mieux faire sentir aux élèves, aux parents d'élèves, et aux professeurs eux-mêmes la véritable nature des mathématiques.

Est-ce que c'est une fatalité pour les mathématiques que d'être mal connues ? Je ne crois pas.

Est-ce que les mathématiques sont trop abstraites pour être accessibles ? Je ne crois pas.

Je crois qu'un quark est beaucoup plus abstrait qu'un triangle. Mais pourquoi est-ce qu'on pense à la physique ou qu'on pense à la biologie comme reflétant des réalités accessibles et qu'on ne pense pas aux mathématiques de cette façon ?

Parce que les mathématiques ne sont pas effectivement la science des objets matériels.

L'astrophysique, c'est la science du cosmos. La biologie, c'est la science du vivant. Et les mathématiques, c'est la science de quoi ?

C'est la science des concepts élaborés par l'humanité et susceptibles de version mathématiques.

C'est beaucoup plus abstrait dans son ensemble si vous voulez.

Comment est-ce que ça peut être accessible ? Ça peut être accessible par le lien à la réalité actuelle, les applications, mais ça peut être accessible par l'histoire.

Je me flatte de pouvoir parler pendant des heures du triangle : des triangles de la géométrie euclidienne, des triangles de la géométrie non euclidienne, des triangles de la géométrie discrète.

L'histoire devient quelque chose d'assez intéressant et je crois accessible. Mon champ d'activité, c'est le cercle.

Je suis loin de maîtriser la notion de cercle. J'ai passé toute ma vie à étudier ce qui se passe sur le cercle et je continue. Ce qui se passe sur le cercle est un champ mathématique gigantesque.

Mais il faut pouvoir décrire l'histoire, comment les notions liées au cercle et à ce qui s'y rapporte, le mouvement des astres, mais aussi bien le mouvement des cordes vibrantes, toute la trigonométrie, comment ces choses-là ont pu éclore et se développer au cours de l'histoire et s'intégrer à une vue des mathématiques qui comprend les espaces fonctionnels, les probabilités etc.

Si on arrive à créer suffisamment de liens historiques et en même temps de liens actuels, je pense que les mathématiques ne sont pas du tout une discipline impénétrable.

