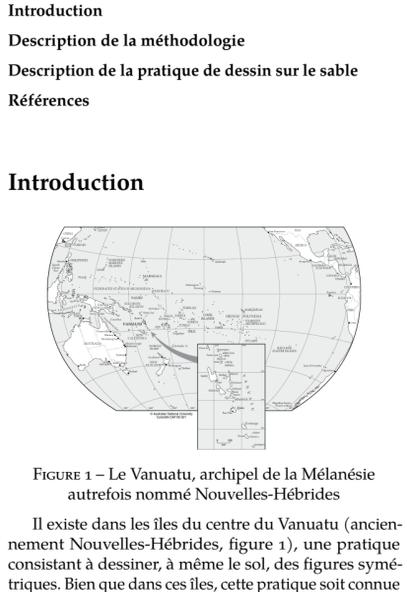


Les dessins sur le sable du Vanuatu et « l'algorithme de la tortue »

Écrit par Alban Da Silva
Publié le 27 novembre 2023
DOI : 10.60868/ra32-jx25 — CC BY-NC-ND 4.0
🔍 — 🕒 ≥ 30 min

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ALGORITHME



Cet article est un exemple d'analyse ethnomathématique qui invite à un voyage dans les îles du centre du Vanuatu. On y dessine des figures symétriques sur le sol sans lever le doigt, sans passer deux fois par le même chemin et en revenant au point de départ. On s'intéresse ici à une procédure particulière de dessin, énoncée par « l'algorithme de la tortue », dont on détermine les algorithmes arithmétiques de réalisation. Une question surgit : les experts connaissent-ils ce résultat ?

Plan de l'article

- Introduction
- Description de la méthodologie
- Description de la pratique de dessin sur le sable
- Références

Introduction

Il existe dans les îles du centre du Vanuatu (anciennement Nouvelles-Hébrides, figure 1), une pratique consistant à dessiner, à même le sol, des figures symétriques. Bien que dans ces îles, cette pratique soit connue de tous et que les dessins les plus simples circulent librement, il n'existe qu'un petit nombre d'experts et d'expertes (nous les nommerons praticiens) connaissant les dessins les plus ardues.

Ce sont des personnes qui peuvent être de tout âge : de jeunes dessinateurs créant de nouveaux dessins ou des aînés reconnus pour leurs connaissances encyclopédiques de la pratique. Après avoir tracé une « grille » sur un sol recouvert de sable ou de cendre, ces praticiens produisent une ligne à l'aide d'un doigt, qui ne se lève que très rarement pendant l'exécution du dessin et qui ne repasse pas continuellement sur une partie déjà tracée. Une fois le dessin terminé, l'index est, dans un très grand nombre de cas, revenu au point de départ et dans la même direction. L'ensemble de ces caractéristiques rendent cette pratique d'autant plus contraignante que la plupart de ces « dessins sur le sable » possèdent généralement un ou plusieurs axes de symétrie. Dans cet article, je propose de donner un aperçu des recherches que j'ai menées chez les Raga du nord de l'île de Pentecôte (figure 2). Elles ont donné lieu à une thèse soutenue en 2022 [10], dont la méthodologie croise mathématiques, informatique et anthropologie.

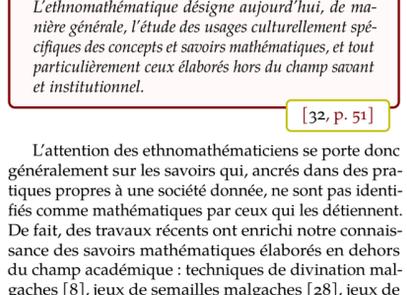


FIGURE 1 – Le Vanuatu, archipel de la Mélanésie autrefois nommé Nouvelles-Hébrides

Puisqu'il serait déraisonnable d'aborder tous ces aspects, j'ai choisi de revenir en détail sur un résultat déjà publié que j'ai appelé « théorème de la tortue », en référence au praticien qui m'a appris le dessin en une de cet article [11]. Afin de permettre à un lecteur de s'initier rapidement aux types de questions qui peuvent se poser à l'ethnomathématicien, j'ai volontairement choisi de passer sous silence le modèle mathématique que j'ai élaboré pour analyser cette pratique. Je vais d'abord donner quelques repères sur le jeune champ disciplinaire des ethnomathématiques et notamment la façon dont on peut être amené dans les différentes pratiques culturelles de « ligne continue » au sein de ce champ. Je dessinerai ensuite brièvement les contours du contexte culturel dans lequel les dessins sur le sable sont produits. Dans la dernière partie de l'article, j'exposerai une procédure de dessin – présentée comme un algorithme – utilisée par les praticiens pour construire certains dessins.

Description de la méthodologie

Les ethnomathématiques

Il n'est pas toujours aisé de définir les contours des champs disciplinaires qui composent le paysage, toujours en mouvement, de la recherche. Celui des ethnomathématiques ne fait pas exception, surtout que le terme « ethnomathématiques » peut prendre plusieurs significations selon les communautés de chercheurs qui s'en réclament (science de l'éducation, ethnographies et mathématiciens notamment). L'ambition de cet article n'est ni de revenir sur une tentative de définition des ethnomathématiques, ni de discuter de ses enjeux épistémologiques – il existe une abondante littérature sur le sujet [4, 6, 9, 14, 31, 33] mais plutôt de présenter un exemple de recherche récente menée dans ce champ disciplinaire. Le cadre de cet article peut néanmoins être éclairé en citant Eric Vandendriessche, un acteur important de la communauté ethnomathématique francophone.

L'ethnomathématique désigne aujourd'hui, de manière générale, l'étude des usages culturellement spécifiques des concepts et savoirs mathématiques, et tout particulièrement ceux élaborés hors du champ savant et institutionnel.

[32, p. 51]

L'attention des ethnomathématiciens se porte donc généralement sur les savoirs qui, ancrés dans des pratiques propres à une société donnée, ne sont pas identifiés comme mathématiques par ceux qui les détiennent. De fait, des travaux récents ont enrichi notre connaissance des savoirs mathématiques élaborés en dehors du champ académique : techniques de divination malgaches [8], jeux de semailles malgaches [28], jeux de ficelle trobriandais [30], frises de textiles andins [13], lambrequins réunionnais [21]... et la production de lignes continues sur le sol, thème que nous allons maintenant aborder.

Les pratiques de lignes continue, de la modélisation au point de vue des acteurs

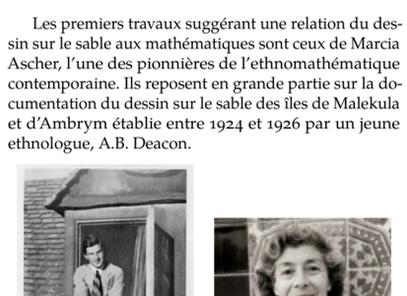


FIGURE 3 – Exemple de *sonas* Tchokwés (Afrique centrale)

Des activités consistant à tracer des lignes continues sur le sol ont pu être observées tout au long du 20^e siècle par des ethnologues : au nord de l'Australie chez les aborigènes Kukatja [26], en Angola chez les Tchokwe où ils sont nommés *sonas* (figure 3) [15, 24], au Tamil Nadu indien où ils sont nommés *kolams* (figure 4) [25, 27], dans une moindre mesure aux îles Tonga où ils sont aussi nommés dessins sur le sable [5] et enfin au Vanuatu, ce que nous allons détailler au paragraphe suivant.

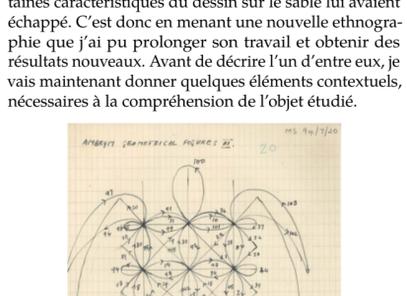


FIGURE 4 – Réalisation d'un *kolam*. La praticienne trace une ligne continue à l'aide de poudre de riz.

Les *sonas* et les *kolams* ont particulièrement attiré l'attention des mathématiciens. On peut notamment citer le travail de Paulus Gerdes qui a montré que des propriétés mathématiques étaient au cœur de la construction des *sonas* [18, 19] et des *kolams* [20]. Ces derniers, en raison de leurs propriétés algorithmiques et séquentielles, font l'objet d'une importante littérature dans laquelle les auteurs en utilisant des modélisations pouvant mobiliser les suites morphiques [1], la théorie des nœuds [23], la topologie [21] ou encore la théorie des langages formels [22, 34]. Ces approches ont le mérite de fournir des modèles qui suggèrent des liens entre des pratiques et des théories que les mathématiciens ont développées dans d'autres contextes. Néanmoins, dans ces travaux, les chercheurs ont majoritairement tendance à cloisonner leurs analyses, en privilégiant leur point de vue d'observateur mathématicien, et en relayant celui des praticiens au second plan.

Bien que ce type d'approche puisse stimuler la création de nouveaux concepts mathématiques, dans les recherches que j'ai menées, la modélisation [10, chap.11, p.79] n'est pas une fin en soi. Elle est une étape importante mais intermédiaire. Reposant sur des expérimentations menées auprès de praticiens (figure 5), elle sert deux grands objectifs :

- saisir le point de vue des praticiens, et notamment comprendre en quelle mesure les dessins sur le sable pouvaient être révélateurs de la façon dont les Raga expérimentent et habitent le monde.

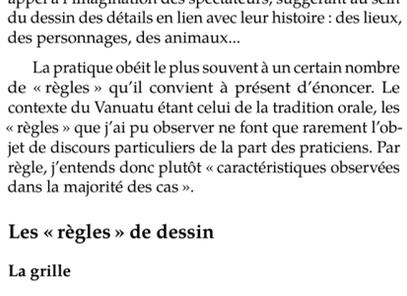


FIGURE 5 – Travail avec des praticiens du village de Avatvotu (Nord-Pentecôte), 2019

Si une approche initiale était celle d'un mathématicien, elle a peu à peu évolué au cours de ma thèse, davantage vers celle d'un anthropologue menant un travail ethno-graphique et vivant pour cela au sein de la société étudiée. Je me suis donc immergé dix semaines principalement dans une des sociétés traditionnelles de l'aire culturelle Raga du nord de l'île de Pentecôte. Cet aspect de mon travail a été décisif. Ce n'est qu'en appréhendant le contexte de vie de ces populations, et qu'il m'a pu mesurer tout le mérite de praticiens. Ceux-ci sont en effet capables, après une journée éprouvante passée aux champs, de produire des dessins d'une redoutable complexité.

Dans le sillage de Marcia Ascher et de A.B. Deacon

Les premiers travaux suggérant une relation du dessin sur le sable aux mathématiques sont ceux de Marcia Ascher, l'une des pionnières de l'ethnomathématique contemporaine. Ils reposent en grande partie sur la documentation du dessin sur le sable des îles de Malekula et d'Ambrym réalisée entre 1924 et 1926 par un jeune ethnologue, A.B. Deacon.

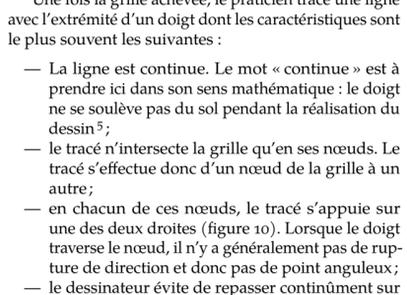


FIGURE 6 – A.B. Deacon (1903-1927) et Marcia Ascher (1935-2017)

Après son décès en 1927 suite à des complications d'une malaria, les notes de terrain de Deacon ont été rapatriées en Angleterre et publiées sous la forme d'un ouvrage posthume [12]. Malgré sa richesse, notamment par le nombre de planches, voir l'information 7, cet article est resté négligé par les anthropologues, et totalement ignoré par les mathématiciens. Ce n'est que soixante ans plus tard qu'Ascher en a proposé une analyse inédite, tout d'abord sous la forme d'un article [3] puis sous la forme de l'ouvrage *EthnoMathematics – A multicultural view of Mathematics ideas* désormais classique en ethnomathématiques [2]. Mélangant considérations ethnologiques et mathématiques, ces travaux font partie des textes séminaux de la littérature ethnomathématique [33]. Ils se sont avérés être un point de départ idéal pour mon travail. C'est en les discutant que j'ai suggéré que de plus amples recherches ethnomathématiques sur le dessin sur le sable du Vanuatu pouvaient être pertinentes. J'ai notamment souligné que Marcia Ascher n'avait pas rencontré de praticiens et, qu'à ce titre, certaines caractéristiques du dessin sur le sable lui avaient échappé. C'est donc en menant une nouvelle ethnographie que j'ai pu prolonger son travail et obtenir des résultats nouveaux. Avant de décrire l'un d'entre eux, je vais maintenant donner quelques éléments contextuels, nécessaires à la compréhension de l'objet étudié.

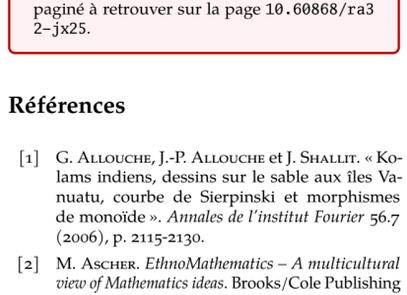


FIGURE 7 – Une des planches originales de Deacon

Description de la pratique de dessin sur le sable

Un contexte culturel riche et varié

Le Vanuatu est un archipel composé de 83 îles ayant été nommé « Nouvelles Hébrides » lors de sa découverte par le navigateur anglais James Cook en 1774. Il a été administré par un condominium colonial britannique de 1906 jusqu'à son indépendance en 1980, date à laquelle il est devenu la République du Vanuatu. Doté à ce jour d'une population d'environ 315 000 personnes, ce pays possède la plus haute densité linguistique au monde, puisqu'on y dénombance 138 langues vernaculaires [16]. Les deux langues officielles d'éducation sont le français et l'anglais, tandis qu'il existe un pidgin nommé le Bichelamar qui fait office de langue véhiculaire. Ce constat se traduit par des réalités culturelles différentes et, s'il existe des traits communs à toutes les sociétés du Vanuatu, nombre de variations culturelles permettent à chacune d'entre elles de se démarquer. Ainsi, nous parlerons dans cet article du « dessin sur le sable du Vanuatu », mais il faut garder à l'esprit que cette pratique n'est répandue que dans les îles du centre. Deacon est l'un des premiers ethnographes à avoir documenté cette pratique². Lors de son étude de terrain menée entre 1924 et 1926, visant à documenter la vie des sociétés de l'île de Malekula, le jeune ethnographe avertissait ainsi³ : « Bien sûr, il est dangereux de généraliser, même pour une île »⁴.

Ainsi, si l'on parle de la pratique du dessin sur le sable, il est préférable de prendre quelques précautions et de préciser à quelle société du Vanuatu on se réfère. Si je me suis principalement focalisé sur la société du nord de l'île de Pentecôte, la comparaison avec d'autres sources ethnographiques permet néanmoins de donner une description générale de la place du dessin sur le sable dans toutes les sociétés du Vanuatu :

De nos jours, la pratique du dessin sur sable est reconnue comme un art graphique traditionnel avec – dans les sociétés concernées – une dimension mémorielle impliquée dans la remémoration de connaissances rituelles, mythologiques et/ou environnementales, considérée comme faisant partie de la marque Kastom¹. Dans de nombreux cas, chaque dessin porte un nom vernaculaire lié à ces différents aspects.

1. « Kastom est le mot que les gens du Vanuatu utilisent pour caractériser leurs propres connaissances et pratiques en distinction de tout ce qu'ils identifient comme venant de l'extérieur » [7, p. 13].

[11, p. 2]

Ajoutons que cet art éphémère – le dessin étant effacé une fois terminé – stimule la narration : les experts concluent généralement leurs dessins par le récit d'un mythe ou d'un conte. Il n'est pas rare qu'ils fassent alors appel à l'imagination des spectateurs, suggérant au sein du dessin des détails en lien avec leur histoire : des lieux, des personnages, des animaux...

La pratique obéit le plus souvent à un certain nombre de « règles » qu'il convient à présent d'énoncer. Le contexte du Vanuatu étant celui de la tradition orale, les « règles » que j'ai pu observer ne font que rarement l'objet de discours particuliers de la part des praticiens. Par règle, j'entends donc plutôt « caractéristiques observées dans la majorité des cas ».

Les « règles » de dessin

La grille

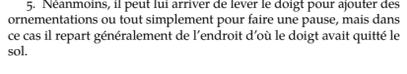


FIGURE 8 – Préparation du sol et tracé d'une grille rectangulaire (Pentecôte, 2019)

Comme mentionné, s'il existe des variations d'une île à l'autre, des traits communs à la pratique peuvent cependant être observés. Tout d'abord, au préalable de son dessin, le praticien trace une « grille », le plus souvent rectangulaire, sur un sol recouvert de sable ou de cendres (figure 8). Anticipons et précisons que l'analyse des gestes et du vocabulaire vernaculaire montre que les grilles jouent un véritable rôle d'armature pour le dessinateur. Chez les Raga, les lignes (horizontales ou verticales) sont des *Gai*, terme désignant les longs bâtons de bois utilisés pour construire les murs des *imava* (cases). Les lignes verticales/horizontales sont différenciées par les termes *Gaina/Gai vol volo*, qui se rapportent à la aussi au vocabulaire de la construction des cases, les poteaux (horizontaux) étant différenciés des traverses horizontales (figure 9).

FIGURE 9 – Le vocabulaire de la grille emprunté à celui de la construction des *imava* (cases traditionnelles)

Lors de mon enquête, les praticiens désignaient les croisements des lignes par le terme en Bislama *joen paen* (« point de jonction »), nous les appellerons donc des « nœuds ».

Les « grilles » peuvent présenter de nombreuses formes et tailles : rectangles, assemblages de rectangles, cercles concentriques... leurs formes ne semblent limitées que par la créativité des experts. Néanmoins nous nous limiterons dans cet article au cas des grilles rectangulaires.

Le tracé

Une fois la grille achevée, le praticien trace une ligne avec l'extrémité d'un doigt dont les caractéristiques sont le plus souvent les suivantes :

- La ligne est continue. Le mot « continue » est à prendre ici dans son sens mathématique : le doigt ne se soulève pas du sol pendant la réalisation du dessin⁵ ;
- le tracé s'effectue donc d'un nœud de la grille à un autre ;
- en chacun de ces nœuds, le tracé s'appuie sur une des deux droites (figure 10). Lorsque le doigt traverse le nœud, il n'y a généralement pas de rupture de direction et donc pas de point anguleux ;
- le dessinateur évite de repasser continuellement sur une partie déjà existante. Il peut néanmoins créer des points de croisement. C'est notamment le cas des nœuds de la grille qui sont souvent traversés plusieurs fois ;
- une fois le dessin terminé, l'index est revenu au point de départ.

FIGURE 10 – Chaque nœud traversé par le doigt l'est selon une des deux directions rouges.

Muni de ces « règles », nous pouvons désormais passer à la description d'une procédure de dessin, dont nous allons montrer qu'elle peut être considérée comme un algorithme dépendant de la taille de la grille.

Fin provisoire de l'article

Pour des raisons techniques, la version complète de cet article est disponible seulement au format paginé à retrouver sur la page 10.60868/ra32-jx25.

Références

[1] G. ALLOUCHE, J.-P. ALLOUCHE et J. SHALLI. « Kolams indiens, dessins sur le sable aux îles Vanuatu, courbe de Sierpinski et morphismes de monoïde ». *Annales de l'Institut Fourier* 56.7 (2006), p. 2115-2130.

[2] M. ASCHER. *EthnoMathematics – A multicultural view of Mathematics ideas*. Brooks/Cole Publishing Company, 1991.

[3] M. ASCHER. « Graphs in cultures : a study in ethnomathematics ». *Historia Mathematica* 15.3 (1988), p. 201-227.

[4] M. ASCHER et R. ASCHER. « Ethnomathematics ». *History of Science* 24.2 (1986), p. 125-144.

[5] F. BELL. « Geometrical art ». *Man* 35 (1935), p. 16.

[6] A. J. BISHOP. « Mathematics education in its cultural context ». In : *Mathematics education and culture*. Springer, 1988, p. 179-191.

[7] L. BOLTON. *Unfolding the moon : enacting women's kastom in Vanuatu*. University of Hawaii Press, 2003.

[8] M. CHEMILLIER, D. JACQUET, V. RANDRIANARY et M. ZABALLA. « Aspects mathématiques et cognitifs de la divination sikidy à Madagascar ». *L'homme* 1 (2007), p. 7-39.

[9] U. D'AMBROSIO. « Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics ». *For the Learning of Mathematics* 5 (1985), p. 44-48.

[10] A. DA SILVA. « An ethnomathematical study of sand drawing of Vanuatu. From ethnography to mathematical modeling, a cross-sectional analysis of the practice of Uli-Uli among the Raga of North Pentecost ». Thèse de doct. Université Paris-Cité, 2022.

[11] A. DA SILVA et É. VANDENDRIESSCHE. « Les dessins sur le sable du nord de l'île d'Ambrym (Vanuatu) : une étude ethnomathématique ». *Ethnographiques.org* 43 (2022).

[12] A. B. DEACON. « Geometrical drawings from Malekula and other islands of the New Hebrides ». *The Journal of the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland* 64 (1934), p. 129-175.

[13] S. DESKOSIERS. « Le textile structuré. Exemples andins dans la très longue durée ». *Techniques & Culture. Revue semestrielle d'anthropologie des techniques* 58 (2012), p. 82-103.

[14] R. EGLASH. « Anthropological perspectives on ethnomathematics ». In : *Mathematics across cultures*. Springer, 2000, p. 13-22.

[15] M. FONTINHA. *Desenho na areia dos Quicos do Nordeste de Angola*. 142. Instituto de investigação científica tropical, 1983.

[16] A. FRANÇOIS, M. FRANJEH, S. LACRAMPE et S. SCHNEL. *The exceptional linguistic density of Vanuatu*. 2015.

[17] H. GEISMAR. « Malakula : a photographic collection ». *Comparative Studies in Society and History* 48.3 (2006), p. 520-563.

[18] P. GERDES. *Geometry from Africa : Mathematical and educational explorations*. MAA, 1999.

[19] P. GERDES. « On Mathematical Elements in the Tchokwe "Sona" Tradition ». In : *The Learning of Mathematics* 10.1 (1990), p. 31-34.

[20] P. GERDES. « Reconstruction and extension of lost symmetries : examples from the Tamil of South India ». *Computers & Mathematics with Applications* 17.4 (1989), p. 791-813.

[21] V. GOPALAN et B. K. VANLEEUWEN. « A Topological Approach to Creating Any Pulli Kolam, an Artform from South India ». *Forma* 30.1 (2015), p. 35-41.

[22] R. GOVINDARAJ et A. MAHENDRAN. « Generating various kolam patterns using new kolam picture grammar ». *International Journal of Internet Technology and Secured Transactions* 8.2 (2018), p. 209-220.

[23] Y. ISHIMOTO. « Proceeding infinite kolam in knot theory ». In : *Proceedings of the International Symposium on Katchi and Folk Arts*. 2006, p. 135-136.

[24] G. KUBIK. « African Space/Time Concepts and the "Tchokwe" Ideographs in Luchaza Culture : With a Discussion of Possible Cross-Parallels in Music ». *African Music* 6.4 (1987), p. 53-89.

[25] V. R. NAGARAJAN. *Hosting the divine : The kolam as ritual, art and ecology in Tamil Nadu, India*. University of California, Berkeley, 1998.

[26] S. POIRIER. « Traces, Aborigènes à fourir et dessins sur le sable. Chez les Aborigènes du Désert occidental australien ». *Techniques & Culture. Revue semestrielle d'anthropologie des techniques* 2.61 (2013), p. 144-165.

[27] R. STEINMANN. « Kolam : Form, technique, and application of a changing ritual art of Indian Nadu ». *Shastri traditions in Indian folk art* 1 (1989), p. 475-491.

[28] L. TENNOT et al. « À la recherche de jeux de semailles de type solo à Madagascar ». *Ethnologie et mathématiques* 29 (2015). URL : <https://www.ethnologieetmathematiques.org>.

[29] D. TOURNIÉS. « Ethnomathématique dans les îles du sud-ouest de l'Océan Indien : un outil pour contextualiser et favoriser les apprentissages mathématiques ». In : *Printemps de la recherche en éducation* 2022, 2022.

[30] É. VANDENDRIESSCHE. « Jeux de ficelle. Comparaisons et méthodes de méthode ». *Techniques & Culture. Revue semestrielle d'anthropologie des techniques* 62 (2014), p. 92-127.

[31] É. VANDENDRIESSCHE. *String figures as mathematics? An anthropological approach to string figure-making in oral tradition societies*. Studies in History and Philosophy of Science. Springer, 2015.

[32] É. VANDENDRIESSCHE. « Variabilité culturelle de la numération. Quelques points d'entrée dans la littérature ethnomathématique ». *Statistique et Société* 4.1 (2016), p. 51-55.

[33] É. VANDENDRIESSCHE et C. PETIT. « Des réminiscences d'une anthropologie et de pratiques mathématiques à la constitution d'un nouveau champ disciplinaire : le cas des sciences humaines (2017) ». *Revue d'histoire de sciences humaines* 31 (2017), p. 189-219.

[34] T. M. WARREN. « Sequential encoding of Tamil kolam patterns ». *Forma* 27 (2012), p. 83-92.

Remerciements

L'auteur et la rédaction d'Images des mathématiques remercient d'abord les lecteurs dans les noms ou pseudos sont Didier Roche, Christian Mercat, Antoine Levitt et Alainnier pour leur relecture attentive et pour leurs propositions qui ont permis d'améliorer la qualité de l'article.

Article édité par Jenny Boucard.

Alban Da Silva
Chercheur associé au laboratoire SPHERE – Université Paris Cité
/ / www.alban-dasilva.com

Crédits

Frontispice : Le dessin *Tutel* (Centre culturel de Port-Vila, 2016).

Figure 3 : Mario Fontinha, 1983.

Figure 4 : Alban Da Silva, ville de Palani (Tamil Nadu), 2018.

Figure 7 : Royal Anthropologist Institute.

¹ Je ne pourrai m'étendre davantage sur ce sujet mais le lecteur intéressé pourra se référer au chapitre 5 de ma thèse [10, p. 245].

² Après lecture des notes de terrain de Deacon, on peut dire qu'il est exploité par Haddon, son directeur de thèse, ainsi que par Camille Wood (article étudiant de Haddon). Publié à titre posthume sous forme d'un recueil à deux mains intitulé « Geometrical drawings from Malekula and other islands of the New Hebrides », c'est un texte assez inhabituel car il ne distingue pas les notes de Deacon et les échanges épistolaires avec Haddon.

³ Les échanges épistolaires entre A.B. Deacon et A.C. Haddon (son directeur de thèse) ont été conservés à la bibliothèque de Cambridge et commentés récemment par l'anthropologue britannique Haidy Geismar [17].

⁴ Haddon Collection : Deacon papers, enveloppe 16001, Cambridge University Library Manuscripts Collection.

⁵ Néanmoins, il peut lui arriver de lever le doigt pour ajouter des ornements ou tout simplement pour faire une pause, mais dans ce cas il repart généralement de l'endroit où il a quitté le sol.