Les fractions décimales et l'algèbre

Autour de La Disme (1585) de Simon Stevin

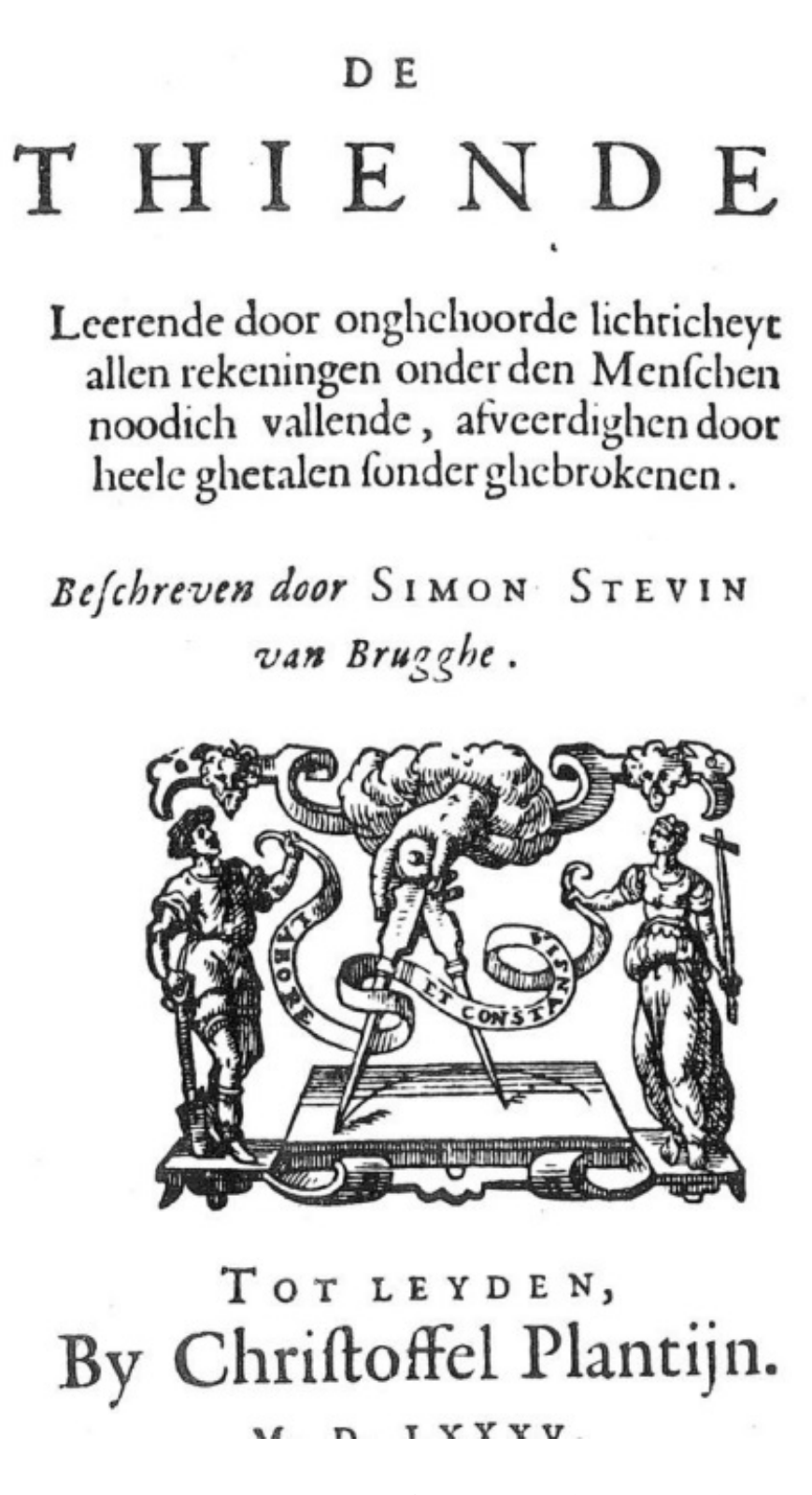
Écrit par **Jean-Marie Coquard**

Publié le 20 décembre 2024

DOI : 10.60868/3spm-e441 — CC BY-NC-ND 4.0

— ⩾ 30 min

ALGÈBRE HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES



DE

THIENDE

Leerende door onghehoorde lichticheyt allen rekeningen onder den Menſchen noodich vallende, afveerdighen door heele ghetalen ſonder ghebrokenen.

Beſchreven door SIMON STEVIN van Brugghe.

TOT LEYDEN,
By Chriſtoffel Plantijn.

Simon Stevin a parfois été considéré comme l'inventeur ou le principal précurseur de ce que nous appelons aujourd'hui les « chiffres après la virgule ». Mettant en regard son fameux texte *La Disme* avec deux autres de ses ouvrages, *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique*, nous voulons montrer que le projet de l'auteur lui est propre et n'a pas été complètement poursuivi par d'autres mathématiciens. À rebours d'une histoire trop linéaire de l'écriture décimale, nous cherchons plutôt à inscrire Stevin dans une situation particulière, à savoir celle d'un ingénieur des Pays-Bas de la fin du XVI^e siècle qui a voulu faire une synthèse, grâce à l'algèbre, de mathématiques utiles à divers métiers.

Sommaire

La Disme, un texte mathématique classique
L'Arithmétique de Stevin : des progressions géométriques à l'algèbre
La Disme comme synthèse de différentes traditions mathématiques
Le succès relatif de *La Disme*
Conclusion
Références

Dans certaines histoires des mathématiques, Simon Stevin (1548-1620) est habituellement présenté comme l'inventeur des fractions décimales, le précurseur de notre notation actuelle, du fait de la publication en 1585 de *La Disme* [10, p. 382]. S'il a effectivement théorisé le calcul avec des fractions décimales, il n'est certainement pas le premier à utiliser une notation de ce type [19, p. 272] [31]. Il y a un intérêt à positionner Stevin dans une histoire longue de notations, faite de précurseurs et d'inventeurs, dans laquelle s'entremêlent le système positionnel décimal des chiffres indo-arabes, la définition du nombre ou encore celle de l'unité [2, 20]. Ce que nous voudrions faire ici est plutôt de comprendre les « nombres de disme » de cet ingénieur à la lumière d'une part du projet mathématique qui est le sien et, d'autre part, en tenant compte de considérations sociales centrées sur les Pays-Bas de la deuxième moitié du XVI^e siècle.

Nous voulons mettre en lumière dans cet article un double processus. D'une part, pour concevoir ses fractions décimales, Stevin utilise diverses mathématiques distinctes les unes des autres : les pratiques de conversion de monnaies et de règle de trois des marchands, l'algèbre des professeurs d'arithmétique commerciale, la métrologie en grandeurs continues des artisans ou encore la précision dans les tables trigonométriques en latin des astronomes. Voyant dès lors *La Disme* comme une synthèse de ces diverses mathématiques, nous pouvons d'autre part mettre les fractions décimales en relation avec la trajectoire sociale de l'auteur. Cette trajectoire place Stevin dans une position d'intermédiaire entre les pratiques des artisans et les savoirs théoriques des universitaires [1]. Le flamand a en effet été successivement dans les années 1570 marchand de textile, comptable à Anvers, administrateur au Franc de Bruges en relation avec les artisans, puis entre 1581 et 1583 professeur de mathématiques à Leyde dans un collège, avant de devenir étudiant à l'université de cette même ville à partir de 1583, tout en faisant une carrière d'ingénieur civil. En 1585, Stevin publie à Leyde *De Thiende* en même temps que sa traduction en français, *La Disme*, laquelle est insérée dans une œuvre plus large intitulée *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique*.

En considérant certains continuateurs et une continuatrice de Stevin dans les cinquante années qui ont suivi la publication de *La Disme*, on constatera que l'auteur a certainement joué un rôle non négligeable dans l'expansion de l'écriture décimale mais que son projet mathématique plus global, quant à lui, n'a pas été repris.

Nous commençons donc par évoquer le texte proprement dit, *La Disme*, avant de montrer que l'on peut mieux en comprendre les enjeux en le lisant avec *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique*, autres textes de Stevin parus la même année. Nous expliquons ensuite pourquoi la conception du nombre de l'auteur est redevable de sa trajectoire, avant de terminer par ses continuateurs les plus immédiats.

La Disme, un texte mathématique classique

Commençons par dire quelques mots de la source elle-même. *De Thiende*, c'est-à-dire en flamand « le dixième » ou « la dixième partie », est publiée en 1585 à Leyde, ville universitaire, chez le grand imprimeur Christophe Plantin [24]. Le texte est une brochure d'une trentaine de pages écrites en flamand, la langue maternelle de Stevin, alors installé en Hollande depuis 1581. Le terme provient du vocabulaire fiscal et juridique, il s'agit d'un taux d'imposition d'un dixième. Dans le même temps, l'auteur publie chez le même imprimeur une œuvre cette fois en français, intitulée *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique* [26, 27], dans laquelle on trouve une traduction par Stevin lui-même de *De Thiende*, à savoir, *La Disme*. Par ailleurs, les œuvres sont liées l'une à l'autre puisque *De Thiende* renvoie à des problèmes de *L'Arithmétique*.

> *« La Disme. Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes. Premierement descripte en Flameng, & maintenant convertie en François, par Simon Stevin de Bruges. »*

Le titre et le sous-titre francophones indiquent que l'objectif du texte sera de faciliter les opérations de calcul du quotidien, le tout en évitant d'avoir à utiliser les fractions (« les rompus »).

L'un des traits les plus connus de *La Disme* est l'adresse de sa préface, dédiée « aux astrologues, arpenteurs, mesureurs de tapisserie, gaujeurs, stéréométriens en général, maîtres de monnaie & à tous marchands ». La liste de métiers commence avec les astrologues, profession associée aux calculs sur la position des planètes, ce qui peut être utile pour réaliser des calendriers, des almanachs, ou encore faire des prévisions et des horoscopes. Particulièrement aux Pays-Bas et au XVI^e siècle, l'astronomie est liée à la géographie et est utile à la cartographie marine et à la navigation. Les arpenteurs, quant à eux, ont besoin des calculs pour réaliser leurs mesures et leurs cadastres. Ils sont d'ailleurs souvent associés aux ingénieurs dans ce contexte. En 1600, Stevin met en place une école d'ingénieurs située à côté de l'université de Leyde et qui forme essentiellement des arpenteurs. De plus, un manuel en hollandais écrit par Adriaen Metius, qui a été professeur dans cette école, s'adresse aux arpenteurs (« landtmeters ») et aux ingénieurs (« ingenieurs ») : *Manuel d'arithmétique et de géométrique pratique. Dans lequel les avantages des logarithmes ou rabdologie de J. Neper sont montrés avec exemples et enseignés brièvement aux arpenteurs et ingénieurs, qui stimule l'utilité de l'arpentage et de la fortification* [14]. On voit l'ingénierie être particulièrement associée aux fortifications, en contexte d'ingénierie militaire pour la guerre. Les « mesureurs de tapisserie » calculent ou convertissent des longueurs de textile, particulièrement important en Flandres. Les gaujeurs font des mesures de tonneaux, une pratique centrale dans les grands ports que sont Anvers ou plus tard Amsterdam, ou pour les échanges de biens entre marchands. Des manuels et des instruments existent à l'époque pour calculer approximativement mais rapidement la quantité de vin se trouvant dans un tonneau. Les « stéréométriens en général » sont toutes les personnes qui manient des volumes, on peut y inclure les ingénieurs militaires qui sont amenés à évaluer, par exemple, la quantité de pierre nécessaire à la construction d'une fortification, ou les architectes civils, pour ne mentionner que deux pratiques sur lesquelles Stevin a écrit plus tardivement [9, 23]. Les marchands et les maîtres de monnaie, enfin, font des calculs notamment pour leur comptabilité.

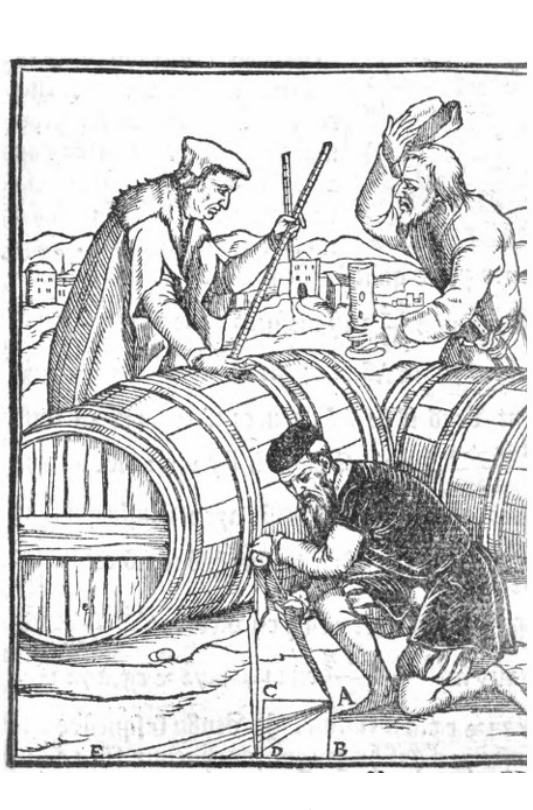


FIGURE 1 – La gaujerie, avec des verges à jauger [13]

La préface de *La Disme* vise à montrer que les « nombres de disme », ce qui correspond peu ou prou à nos « chiffres après la virgule », facilitent les calculs d'une vaste partie de la population praticienne des mathématiques. Cette facilitation recoupe une éthique pratique, encore un sujet sur lequel l'ingénieur a écrit, dont les connotations religieuses sont visibles dans la préface de la version flamande du texte[1].

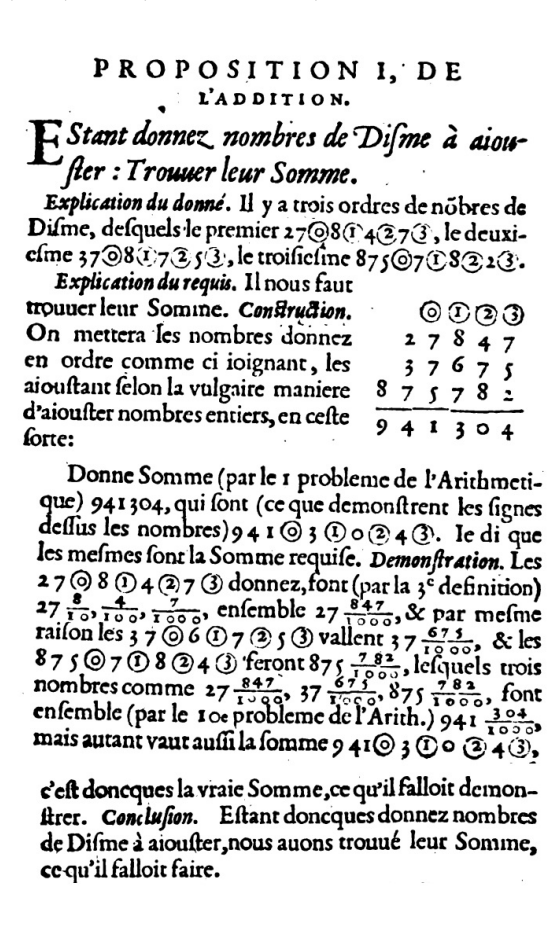
Nous pouvons lier la préface de *La Disme* avec l'appendice situé à la fin de l'ouvrage. L'auteur y indique comment chacun des métiers cités peut s'approprier la notation décimale pour simplifier ses calculs. Dans la pratique, les mesures sont variables selon la ville, et les subdivisions ne sont ni uniformes ni décimales. Par exemple, en 1565, à Anvers, 6 âmes font une charge, une âme a 100 pots, ou 50 ghelten, 4 pots font un screif, un pot fait 2 pintes et une pinte fait 2 juperkens. La règle de trois pour convertir les grandeurs d'une unité de mesure à l'autre est donc omniprésente mais sa mise en œuvre à l'écrit, sur le papier, s'avère souvent moins facile que les abaques et les jetons, qui ont encore l'avantage au XVI^e siècle. Pour que la décimalisation des nombres soit réellement simplificatrice, il faut qu'elle soit accompagnée d'une décimalisation des unités de mesure, sans quoi l'utilisateur doit convertir ses données dans l'unité de mesure principale, puis faire les opérations en nombres de disme, avant de reconvertir le résultat obtenu dans les subdivisions non décimales en usage :

> *« chaque personne peut exercer pour elle-même la dixième partition desdits précédents articles, l'utilisant sans qu'un ordre général du Magistrat ne soit donné, mais cela pas en dernière instance, car ces exemples sont les computations habituelles qui se rencontrent à chaque moment (pour ainsi dire), auxquelles il serait convenable que la solution ainsi trouvée fût de tout un chacun acceptée pour bonne et légitime. Pourtant, considérant la merveilleuse et grande utilité de celle-ci, ce serait chose louable si quelqu'un comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, sollicitaient de la faire mettre en effet. À savoir que joignant les partitions communes qu'il y a maintenant des Mesures, Poids et Argent (laissant inchangées en tous lieux chaque capitale mesure, poids et argent), l'on ordonnât encore légitimement par les Magistrats la susdite dixième partition, afin que chacun qui voudrait l'utiliser le pourrait. »*
>
> Traduction de [24, p. 34-35]

Pour reprendre notre exemple, Stevin propose donc que l'âme du gaujeur soit considérée comme l'unité de mesure principale de la quantité de vin qui, par la suite, sera divisée en dix, en cent, en mille, etc. Il lance donc un appel aux « magistrats » qui ont le pouvoir de modifier les unités de mesures et leurs subdivisions.

Après la préface, Stevin indique au lecteur que son traité comportera deux parties, la première est consacrée aux définitions et la seconde aux opérations. Pour l'auteur, il s'agit d'abord de s'appuyer sur la notation positionnelle des nombres en base 10. Dans le nombre 1111 par exemple, chacun des « 1 » à l'exception du premier vaut un dixième du « 1 » placé immédiatement à sa gauche. Dit autrement, « chaque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent » [27, p. 139]. Pour éviter les calculs avec les fractions, l'idée de Stevin est de continuer cette progression géométrique de raison 1/10 en-deçà de la partie entière, pour avoir des dixièmes, des centièmes, des millièmes, etc. Il place alors un signe particulier, le ⓪, pour désigner la partie entière, et chaque chiffre correspondant à une puissance de 1/10 sera dénoté avec son signe dans l'ordre, ① pour les dixièmes, ② pour les centièmes, ③ pour les millièmes, etc. L'auteur rappelle que « le nombre de multitude des signes, excepté ⓪, n'excède jamais le 9 », selon le principe d'écriture des nombres en système décimal. Ce que nous noterions avec notre virgule $0{,}3759$ s'écrira donc 3 ① 7 ② 5 ③ 9 ④.

Une fois la notation explicitée, Stevin peut procéder à l'explication des quatre opérations élémentaires. L'addition et la soustraction, par exemple, se font exactement selon le même procédé que pour les nombres entiers. Alors même qu'il est discuté de quantités plus petites que l'unité, il n'y a pas, contrairement aux opérations sur les fractions, à faire la réduction au même dénominateur, c'est là l'intérêt majeur de *La Disme*. Sur la figure 2, nous voyons l'addition de $27{,}847$, de $37{,}675$ et de $875{,}782$.



PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

Eſtant donnez nombres de Diſme à aiouſter : Trouuer leur Somme.

Explication du donné. Il y a trois ordres de nõbres de Diſme, deſquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxieſme 37⓪6①7②5③, le troiſieſme 875⓪7①8②2③.

Explication du requis. Il nous faut trouuer leur Somme. *Conſtruction.* On mettera les nombres donnez en ordre comme ci ioignant, les aiouſtant ſelon la vulgaire maniere d'aiouſter nombres entiers, en ceſte ſorte:

```
 ⓪①②③
  27847
  37675
 875782
 941304
```

Donne Somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui ſont (ce que demonſtrent les ſignes deſſus les nombres) 941⓪3①0②4③. Je di que les meſmes ſont la Somme requiſe. *Demonſtration.* Les 27⓪8①4②7③ donnez, font (par la 3e definition) $27\frac{8}{10}, \frac{4}{100}, \frac{7}{1000}$, enſemble $27\frac{847}{1000}$, & par meſme raiſon les 37⓪6①7②5③ vallent $37\frac{675}{1000}$, & les 875⓪7①8②2③ feront $875\frac{782}{1000}$, leſquels trois nombres comme $27\frac{847}{1000}, 37\frac{675}{1000}, 875\frac{782}{1000}$, font enſemble (par le 10e probleme de l'Arith.) $941\frac{304}{1000}$, mais autant vaut auſſi la ſomme 941⓪3①0②4③, c'eſt doncques la vraie Somme, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres de Diſme à aiouſter, nous auons troué leur Somme, ce qu'il falloit faire.

FIGURE 2 – Addition en nombres de disme [27, p. 142-143]

Sur la figure 2, nous constatons d'une part, que Stevin repasse par les notations fractionnaires pour sa démonstration, et d'autre part qu'il renvoie à un autre de ses ouvrages, à savoir *L'Arithmétique* : « le 1^{er} problème » est celui de l'addition en nombres entiers, « le 10^e problème » est celui de l'addition des fractions.

Dans l'exemple du 3^e problème, la multiplication de 32 ⓪ 5 ① 7 ② par 89 ⓪ 4 ① 6 ②, c'est-à-dire de $32{,}57$ par $89{,}46$ (figure 3), Stevin explicite la manière dont on opère sur les petits nombres encerclés. Comme pour la démonstration de l'addition, il se ramène à des fractions, et il considère alors que le renvoi vers le 12^e problème de *L'Arithmétique* (la multiplication des fractions) est suffisant. Il s'agit de montrer le principe selon lequel la multiplication de deux nombres ayant deux « chiffres après la virgule » donne un nombre ayant quatre « chiffres après la virgule », un centième par un centième donne un dix-millième. Il choisit cependant bien mal son exemple parce que $2+2$ et 2×2 donnent tous les deux 4.

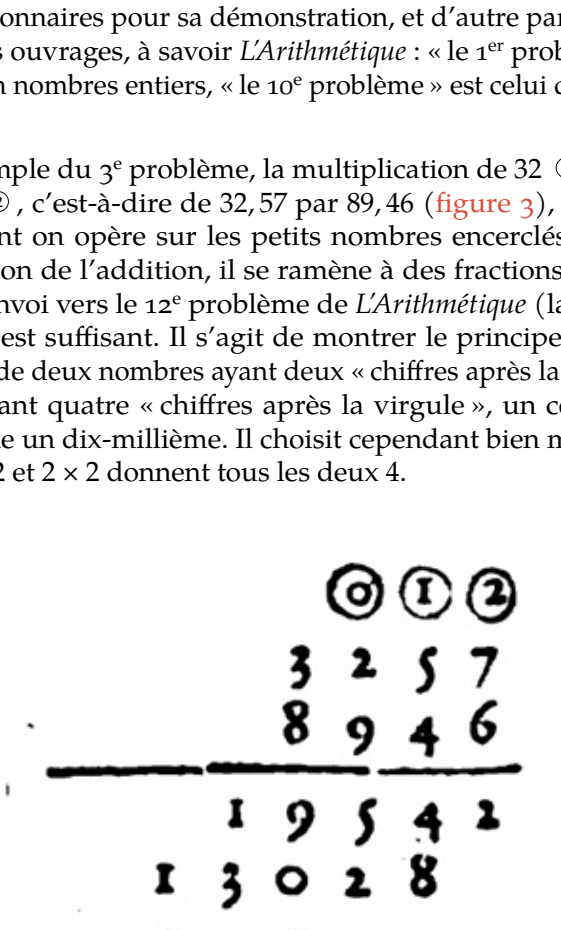


FIGURE 3 – Multiplication en nombres de disme [27, p. 144]

En s'arrêtant sur la division en nombres de disme, au 4^e problème, on voit Stevin faire face à l'une des difficultés avec l'écriture en base 10 : le résultat d'une division n'admet pas toujours d'écriture décimale finie. L'auteur en a bien conscience et indique que, lorsqu'il s'agit d'effectuer par exemple la division de 40 par 3, le résultat peut s'écrire de plusieurs manières : 13 ⓪ 3 ① 3+1/3 ② et 13 ⓪ 3 ① 3 ② 3+1/3 ③ seraient exacts. Il préconise alors de choisir la précision du résultat, « omettant le résidu » 1/3 à l'endroit désiré. Comme pour l'addition et la multiplication, l'auteur renvoie vers *L'Arithmétique* pour démontrer la validité de son opération. *La Disme* n'est donc pas un traité autonome et il est intéressant de le mettre en regard avec *L'Arithmétique* pour comprendre le rôle des progressions géométriques et de l'algèbre dans cette nouvelle théorie et dans la fabrication de ces notations si particulières.

L'Arithmétique de Stevin : des progressions géométriques à l'algèbre

Dans les premières pages de *L'Arithmétique*, Stevin définit une nouvelle conception du nombre. Ce-dernier est rapproché de la ligne géométrique, devient une grandeur continue ; l'unité est même intégrée dans la définition du nombre. L'auteur s'oppose alors à certains classiques de l'Antiquité, à commencer par les *Éléments* d'Euclide, et prend en considération les pratiques mathématiques courantes au XVI^e siècle.

En lien avec cette nouvelle conception du nombre, Stevin discute des progressions géométriques. Sur la figure 4, nous voyons en haut les « suites » géométriques respectivement de raison 2 et 3. Les notations encerclées dénotent alors les rangs dans la progression. 2 et 3 sont au premier rang et sont donc associés à un ①. 4 et 9 sont leurs carrés ; étant au deuxième rang, ils sont notés ②, etc. Les progressions géométriques sont ensuite représentées par des figures géométriques. Les nombres inscrits dans les progressions sont nommés « nombres géométriques ». En bas de cette même figure 4, A, N et Y représentent par des lignes les premiers rangs ① respectifs de trois progressions géométriques, celles de raison 2, 1 et 1/2. Vers la droite, les deuxièmes rangs ② sont représentés par des carrés (B, O et Z) et valent respectivement 4, 1 et 1/4. Les cubes représentent des cubes, des empilements de cubes pour les degrés supérieurs. Vers la gauche, les racines carrées (H, M et X) et cubiques (I, L et V) sont représentées par des lignes. Tout à gauche, il y a l'unité de mesure de chacune des représentations des progressions : G, K et T sont des lignes de longueur 1.

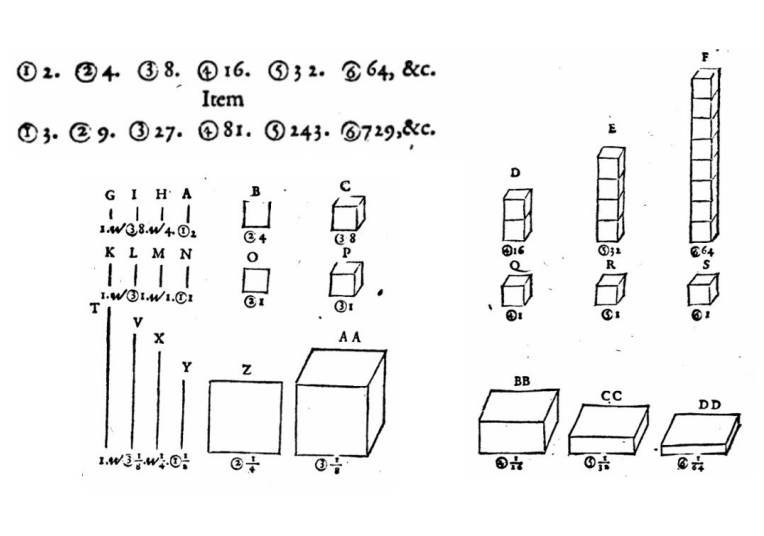
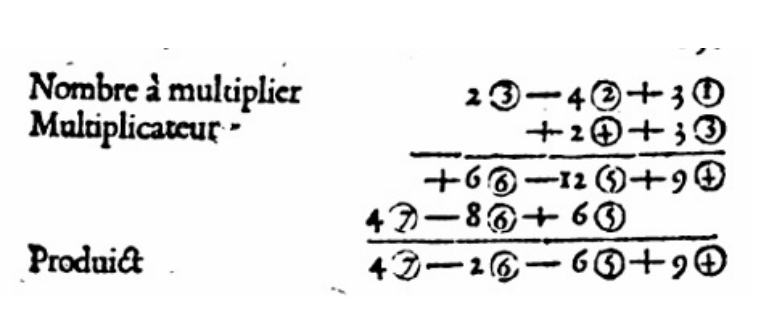

①2. ②4. ③8. ④16. ⑤32. ⑥64, &c.
Item
①3. ②9. ③27. ④81. ⑤143. ⑥729, &c.
G I H A
K L M N
T V X Y
B O Z
C P AA
D Q BB
E R CC
F S DD

FIGURE 4 – Suites géométriques et représentation des nombres géométriques [27, p. 9, 12-13]

La même notation est enfin utilisée pour noter les inconnues algébriques. Dans ce contexte, le ① sert à dénoter l'inconnue et, par conséquent, ② marque le carré de l'inconnue, etc. Cela explique pourquoi on retrouve un procédé similaire de calcul dans l'addition des polynômes et dans l'addition des nombres de disme vue plus haut.

Deux différences sont toutefois à noter entre les deux algorithmes d'addition. D'une part, il y a une contrainte supplémentaire due à la notation décimale, à savoir que le nombre de chaque signes ne peut excéder 9, et il y a potentiellement des retenues. Parce que 10 ② vaut 1 ① dans le cas décimal, Stevin peut considérer ces valeurs comme commensurables l'une à l'autre. Dans l'algèbre par contre, 10 fois l'inconnue au carré ne vaut pas 1 fois l'inconnue. La deuxième différence se trouve alors dans l'usage des signes + et −, servant précisément à séparer des valeurs incommensurables les unes aux autres (figure 5).



Nombre à multiplier	2③ − 4② + 3①
Multiplicateur	+ 2④ + 3③
	+ 6⑥ − 12⑤ + 9④
	4⑦ − 8⑥ + 6⑤
Produict	4⑦ − 2⑥ − 6⑤ + 9④

FIGURE 5 – La multiplication des polynômes [26, p. 9, 230]

La notation en encerclements est intrinsèquement liée à la progression géométrique. Que l'on soit dans la progression décimale de la figure 3, dans une progression géométrique quelconque comme dans la figure 4, ou en algèbre comme dans la figure 5, l'opération de multiplication montre comment on opère avec ces notations. Ainsi, la démonstration en nombre de disme par exemple montre que lorsque l'on rencontre un ① multiplié par un ②, il faut le considérer comme un ③. On sait par exemple, écrit Stevin, que 2 ① multiplié par 3 ②, c'est-à-dire 2/10 multiplié par 3/100, donnent 6/1000 ou 6 ③. De la même façon, en algèbre, l'inconnue multipliée par l'inconnue au carré donne comme produit l'inconnue au cube. Si l'on se réfère donc à la figure 3, l'opération qui consisterait à multiplier le polynôme (dans nos termes) $7x^2+5x+32$ par $6x^2+4x+89$, notée de la même façon que $32{,}57$ par $89{,}46$, aurait un traitement similaire, aux deux différences près déjà relevées plus haut entre les algorithmes d'addition (on pourra ainsi comparer avec la figure 5 qui montre la multiplication des polynômes $2x^3-4x^2+3x$ et $2x^4+3x^3$).

Stevin a ainsi construit la grammaire de ses signes : la multiplication d'un signe de rang m par celui de rang n donne un signe de rang $m+n$, comme dans n'importe quelle progression géométrique, que l'on soit dans les fractions décimales, auquel cas le ① vaudra 1/10, ou en algèbre, où le même symbole ① représentera le premier degré de l'inconnue. Ainsi, en raisonnant à partir des progressions géométriques, depuis la manière de noter les nombres en notation décimale positionnelle jusqu'à l'algèbre en passant par les nombres entiers, Stevin s'est donné les moyens d'unifier, par les notations algébriques, les opérations élémentaires portant sur des objets mathématiques *a priori* différents.

Quelques années plus tard, en 1594, Stevin écrit un « Appendice Algébrique » en complément à *L'Arithmétique* de 1585. La nouvelle notation des nombres trouve une application dans la résolution des équations algébriques. L'auteur met à profit la précision et le choix du nombre de chiffres significatifs permis par les nombres de disme pour trouver une solution, même approchée, d'une équation : « Étant donnés trois termes de nombres algébriques quelconques. Trouver leur quatrième proportionnel, ou parfaitement, ou par infini approchement » [30]. Aux moyens d'encadrements successifs, par tâtonnements, on peut évaluer s'il y a une solution entre deux nombres entiers consécutifs, puis entre deux nombres à une décimale, etc. Il prend l'exemple d'une équation qui a une solution entière : ③ égale à 900 ① + 93915024 (c'est-à-dire $x^3 = 900x + 93915024$). Stevin essaie l'inconnue égale à 1, puis 10, puis 100, puis 1000 et conclut que la solution se situe en 100 et 1000. Puis entre 300 et 400, puis entre 320 et 330, et constate finalement que 324 est une solution. Si la solution n'était pas entière, ni même rationnelle, il aurait pu l'approcher indéfiniment, « par infini approchement ».

La Disme comme synthèse de différentes traditions mathématiques

Comme nous l'avons vu plus haut, *La Disme* est dédiée à des personnes dont les métiers nécessitent des mathématiques pratiques. Stevin est convaincu de l'intérêt de son invention, laquelle ramène le plus possible tous les calculs aux algorithmes simples des opérations sur les nombres entiers. C'est dans l'objectif de simplifier le travail quotidien des praticiens que Stevin demande aux magistrats de changer les unités de mesures. Se positionnant en théoricien de la pratique, il donne des normes à des pratiques calculatoires au nom de leur utilité. La marge de manœuvre que Stevin laisse au praticien se pliant à son algorithme de calcul est la précision du résultat. L'auteur écrit :

> *« Notre intention est d'opérer en cette Disme par nombres tous entiers, car nous voyons à ce qui s'observe aux négoces des hommes, là où ne fait point compte de la millième partie d'une maille, d'un grain, etc. comme le semblable est souvent usé par les principaux Géomètres et Arithméticiens, en comptes de grande conséquence. Comme Ptolémée et Jean de Montroyal [Regiomontanus] n'ont pas décrit leurs tables des arcs et cordes, ou des sinus, par l'extrême perfection (combien qu'il était possible de le faire par nombres multinomies [polynômes avec des radicaux]) à cause que cette imperfection (considérant l'objectif de ces tables) est plus utile que telle perfection. »*
>
> [27, p. 147-148]

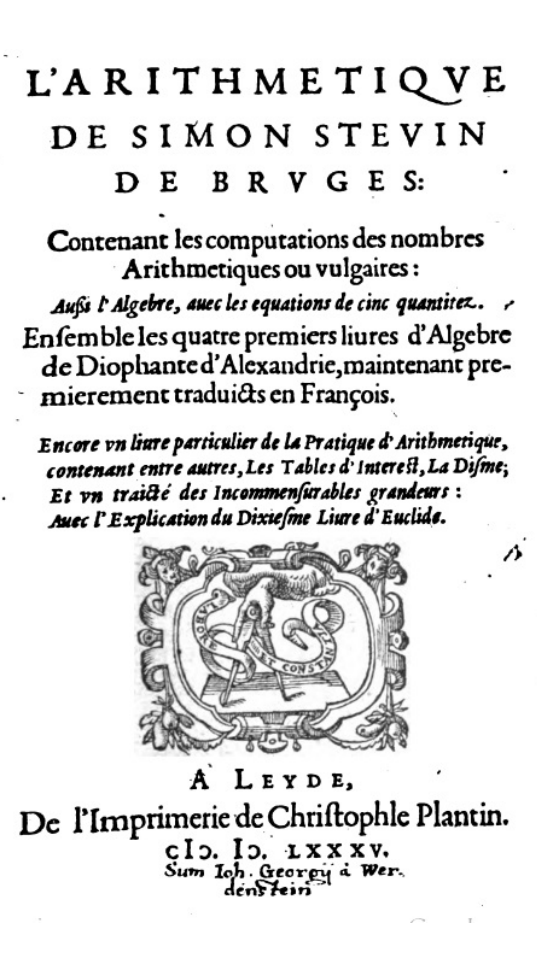
Ici, le principe de précision permet de réunir les mathématiques de plusieurs groupes sociaux différents, les astronomes et les négociants. L'exactitude n'a en effet pas d'intérêt dans ces deux situations : de la même façon qu'une table donnant des sinus ou des positions astronomiques (ou quelques décennies plus tard, avec Neper et Briggs, des logarithmes) ne donne pas des résultats exacts mais seulement des résultats approchés, avec un certain nombre de chiffres significatifs, le négociant de blé n'a que faire d'une quantité au millième de grain près. Aussi, la bonne précision donne plus d'intérêt à la table ou au calcul que son exactitude. Pour exprimer cette idée, nous constatons que Stevin renvoie vers les tables trigonométriques associées à Regiomontanus (1436-1476), universitaire astronome du siècle précédent. Ces références à Ptolémée et Regiomontanus ne sont pas celles des marchands qui écrivent plutôt en langue vernaculaire (pour ceux qui écrivent), mais d'universitaires qui écrivent d'habitude en latin.

Nous avons vu la centralité de l'algèbre dans les notations de Stevin. Celle-ci était particulièrement associée aux professeurs d'arithmétique commerciale qui remplissaient leurs manuels de problèmes pratiques traités avec cette « règle des règles » [25, f.5v]. En miroir, la disme est la « pratique des pratiques » [27, p. 6], c'est elle qui nous permet de choisir et de noter la précision des résultats, sans l'usage des fractions exactes.

Ceci dit, en tant que texte, *La Disme* n'est pas un texte qui prend la forme des traités en direction des marchands ou des professeurs d'arithmétique commerciale. En effet, dans les ouvrages qui correspondaient à ces groupes, les démonstrations sont rares et les références peu nombreuses. Or, nous voyons (figure 2) que les quatre propositions sur les opérations en nombres de disme sont non seulement démontrées, mais que ces démonstrations reprennent la mise en forme des textes de géométrie classique, même si elles sont appuyées sur des exemples[2]. L'explication du donné, du requis, le moment analytique de la construction qui précède un moment plus synthétique de la démonstration, autant de parties de la démonstration qui ne correspondent pas aux textes habituellement en direction des métiers que *La Disme* est censée normer. Les nombres de disme mêlent donc la mesure en quantités continues (et non discrètes) des objets matériels des artisans, la règle de trois des marchands retravaillée via les proportions des classiques étudiés dans les universités, ainsi que l'algèbre des professeurs d'arithmétique commerciale.

Le mélange des différentes mathématiques correspond à un moment particulier, à savoir la fin du XVI^e siècle, où pour de multiples raisons, des marchands particulièrement lettrés peuvent espérer une élévation sociale auprès d'une cour, pour peu qu'ils se forment aux mathématiques les plus légitimes qui intéressent ces postes. Stevin est précisément dans cette situation : né dans une famille marchande à l'international et parlant le latin, il a été professeur de mathématiques à Leyde (en latin) avant d'intégrer l'université de la ville comme étudiant. L'année qui suit la publication de *De Thiende* et de *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique*, Stevin dédicace son *De beghinselen der weeghconst* [Les éléments d'art de peser] [22] (un traité de statique) à Rodolphe II, empereur passionné par l'ésotérisme de l'astrologie ou de la magie, pour avoir un poste à sa cour, sans succès. Notre ingénieur civil trouvera cependant un poste en 1593 auprès de Maurice de Nassau, devenant ainsi ingénieur militaire dans la guerre d'indépendance des Pays-Bas contre l'Espagne.

Les ouvrages comme *La Disme* sont d'un type hybride de plus en plus présent au fur et à mesure que le XVI^e siècle avance. Mêlant des théories et des références trop complexes pour la seule pratique, écrit non pas dans le latin des universitaires mais dans la langue vernaculaire des artisans, ici en français et en néerlandais, ces textes visent une classe sociale de praticiens lettrés. L'indication sur la page de garde des thèmes abordés par *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique* montre cela très bien, la traduction de Diophante côtoie les tables d'intérêts (figure 6). Des personnes comme Stevin veulent légitimer les mathématiques de groupes en plein essor social comme certains marchands en montrant qu'une continuité est possible entre elles et les mathématiques a priori plus nobles des universitaires qui ont des références antiques. Dès lors que les métiers faisant des mathématiques jusque-là différentes finissent par interagir, du fait de personnes qui traversent différents groupes sociaux comme Stevin ou de lieux dans lesquels les communications entre ces métiers existent, le contenu mathématique évolue dans le même mouvement.



L'ARITHMETIQVE
DE SIMON STEVIN
DE BRVGES:

Contenant les computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires:
Auſsi l'Algebre, auec les equations de cinc quantitez.
Enſemble les quatre premiers liures d'Algebre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premierement traduicts en François.

Encore vn liure particulier de la Pratique d'Arithmetique, contenant entre autres, Les Tables d'Intereſt, La Diſme;
Et vn traicté des Incommenſurables grandeurs :
Auec l'Explication du Dixieſme Liure d'Euclide.

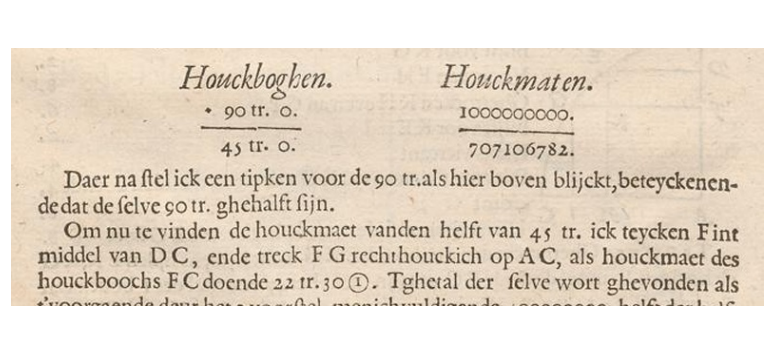
A LEYDE,
De l'Imprimerie de Chriſtophle Plantin.
CIƆ. IƆ. LXXXV.
Sum Ioh. Georgij à Werdenstein

FIGURE 6 – Le titre et le sous-titre de *L'Arithmétique* et *La Pratique d'arithmétique* montre la variété des thématiques regroupées dans [26, 27]

Le succès relatif de *La Disme*

Si les théoriciens de la pratique ont leur rôle dans l'évolution des sciences entre les XVI^e et XVII^e siècles, il ne faut cependant pas surévaluer leur pouvoir normatif et leur impact. Quand Stevin précise comment des métiers pourraient s'emparer des notations décimales, il indique dans *La Disme* que les astronomes pourraient diviser en 10 puis en 100 les angles habituellement divisés en degrés, minutes et secondes. Les 360 degrés devenant 1 ⓪, 36 degrés feront 1 ①, etc.

Dans la partie astronomique de ses *Mémoires Mathématiques*, publiées en 1605 et 1608, l'auteur ne va pas jusqu'au bout de ses préconisations. Sur la figure 7, Stevin traite de trigonométrie. Le sinus de 90 degrés, noté ici 90 tr (« tr » pour trappen qui signifie degrés), vaut une grande puissance de 10, comme le faisait Regiomontanus cité plus haut. Dans cette situation, le sinus de 45 degrés (à savoir $\sqrt{2}/2$) donne 707106782. La pratique court-circuite les nombres de disme, mais est tout aussi efficace en ce qui concerne la précision. Plus bas, dans le même texte, Stevin divise l'angle de 45 degrés en deux, ce qui lui donne un angle de 22 degrés et 30 minutes, qu'il note 22 tr. 30 ①, là où une notation respectant la division de l'unité en 10 ou en 100 aurait dû donner 22 tr. 50 ①. Nous voyons donc qu'il ne respecte pas ses propres normes métrologiques.



Houckboghen.	*Houckmaten.*
· 90 tr. o.	1000000000.
45 tr. o.	707106782.

Daer na ſtel ick een tipken voor de 90 tr. als hier boven blijckt, beteyckenende dat de ſelve 90 tr. ghehalft ſijn.

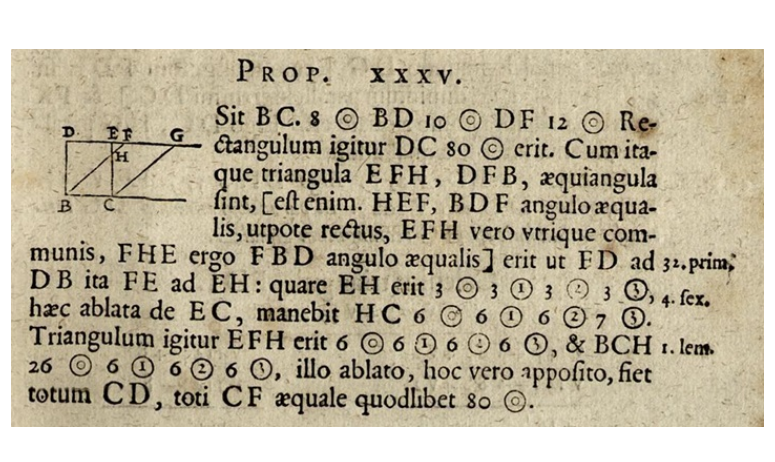
Om nu te vinden de houckmaet vanden helft van 45 tr. ick teycken F int middel van DC, ende treck FG rechthouckich op AC, als houckmaet des houckboochs FC doende 22 tr. 30①. Tghetal der ſelve wort ghevonden als

FIGURE 7 – Simon Stevin, Cosmographie, Sur les triangles [29, f3v]

Les contextes sociaux, politiques, religieux, institutionnels ou encore scientifiques évoluent largement et rapidement dans les décennies qui suivent, et la postérité du projet de Stevin est paradoxale. En effet, notre auteur a été beaucoup lu et la question des notations décimales s'est imposée. Les continuateurs mathématiciens de notre ingénieur ont cependant eu tendance d'une part à ne garder que son contenu mathématique, sans suivre le reste de sa philosophie, et d'autre part à isoler *La Disme* de la partie algébrique que nous avons vue dans *L'Arithmétique*. La question des notations décimales reste alors relativement autonome, sauf éventuellement de la question de la précision dans les tables astronomiques, trigonométriques ou logarithmiques. Sauf quelques exceptions, les notations relativement lourdes de Stevin seront dépassées par l'usage d'un point ou d'une virgule séparant la partie entière de la partie décimale des nombres, ne montrant plus le lien avec les progressions géométriques et l'algèbre. Nous nous appuyons pour cette partie sur [4] et [8].

Proche de Stevin à tous points de vue, l'arpenteur et premier traducteur d'Euclide en néerlandais Jan Pietersz Dou publie *Practijck des landmetens* [Pratique de l'arpentage] [5]. S'il ne reprend pas directement la notation avec les cercles, il reprend la notion de « thiende » et respecte l'appendice de Stevin en faisant les calculs de longueurs et de superficies en notations décimales, pour retraduire ensuite le résultat dans les systèmes de mesures en usage. C'est également le cas d'Adriaen Metius, cité plus haut [14], ou de Johan Stampioen dans *Algebra ofte nieuwe stel-regel* [21]. Chez ces derniers, un lien est alors réalisé entre ingénierie, arpentage et fortifications.

Christopher Dybvad, étudiant danois à l'université de Leyde, traduit d'abord *De Thiende* vers le danois [6] avant de faire une édition latine d'un Euclide arithmétisé, c'est-à-dire une édition dans laquelle on trouve des valeurs numériques qui en l'occurrence sont des nombres de disme (figure 8). On retrouve ici les milieux d'enseignement en latin.



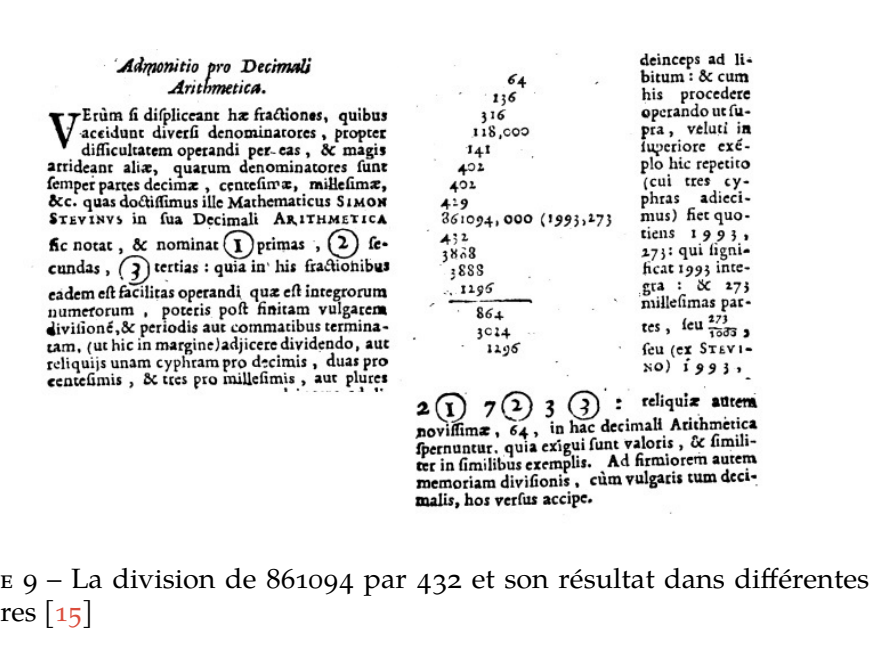
PROP. XXXV.

Sit BC. 8 ⓪ BD 10 ⓪ DF 12 ⓪ Rectangulum igitur DC 80 ⓪ erit. Cum itaque triangula EFH, DFB, æquiangula ſint, [eſt enim. HEF, BDF angulo æqualis, utpote rectus, EFH vero vtrique communis, FHE ergo FBD angulo æqualis] erit ut FD ad DB ita FE ad EH: quare EH erit 3 ⓪ 3 ① 3 ② 3 ③, hæc ablata de EC, manebit HC 6 ⓪ 6 ① 6 ② 7 ③. Triangulum igitur EFH erit 6 ⓪ 6 ① 6 ② 6 ③, & BCH 26 ⓪ 6 ① 6 ② 6 ③, illo ablato, hoc vero appoſito, fiet totum CD, toti CF æquale quodlibet 80 ⓪.

32. prim.
4. ſex.
1. lem.

FIGURE 8 – Proposition I.35 d'Euclide avec les notations de Stevin [7]

À partir du texte français, *La Disme*, Robert Norton puis Henry Lyte publient à Londres leur traduction en anglais [11, 16]. Ces textes sont rapidement utilisés par les britanniques intéressés par la navigation et les logarithmes. Stevin se trouve alors cité, via la traduction de Norton, dans *Rabdologiae, seu Numerationis per virgulas libri duo* de John Napier [15]. La notation en encerclements y est expliquée mais immédiatement remplacée par une autre, plus légère, avec une virgule (sur la figure 9 se trouve à gauche l'explication de la notation de Stevin et on voit à droite de la division la notation avec la virgule qui est décrite grâce aux encerclements). Neper joue un rôle prépondérant dans la diffusion de la notation décimale.



Admonitio pro Decimali Arithmetica.

Verùm ſi diſpliceant hæ fractiones, quibus accidunt diverſi denominatores, propter difficultatem operandi per eas, & magis arrideant aliæ, quarum denominatores ſunt ſemper partes decimæ, centeſimæ, milleſimæ, &c. quas doctiſſimus ille Mathematicus SIMON STEVINVS in ſua Decimali ARITHMETICA ſic notat, & nominat ① primas, ② ſecundas, ③ tertias: quia in his fractionibus eadem eſt facilitas operandi quæ eſt integrorum numerorum, poteris poſt finitam vulgarem diviſioné, & periodis aut commatibus terminatam, (ut hic in margine) adjicere dividendo, aut reliquijs unam cyphram pro decimis, duas pro centeſimis, & tres pro milleſimis, aut plures

```
        64
       136
       316
   118,000
       141
       402
       401
       419
861094,000 (1993,273
       432
      3888
      3888
      1296
       864
      3024
      1296
```

deinceps ad libitum : & cum his procedere operando ut ſupra, veluti in ſuperiore exemplo hic repetito (cui tres cyphras adjecimus) fiet quotiens 1993, 273: qui ſignificat 1993 integra : & 273 milleſimas partes, ſeu $\frac{273}{1000}$, ſeu (ex STEVINO) 1993, 2① 7② 3③ : reliquiæ autem noviſſimæ, 64, in hac decimali Arithmetica ſpernuntur, quia exigui ſunt valoris, & ſimiliter in ſimilibus exemplis. Ad firmiorem autem memoriam diviſionis, cùm vulgaris tum decimalis, hos verſus accipe.

FIGURE 9 – La division de 861094 par 432 et son résultat dans différentes écritures [15]

Utiles à la navigation, les premières tables de logarithmes réalisées par Briggs en 1624 sont reprises par un lecteur attentif de Neper, le néerlandais Adriaen Vlacq. Celui-ci publie en 1628 son *Arithmétique Logaritmétique* en français, deux ans après *De nieuwe telconst* [Une arithmétique nouvelle] [32] très largement inspirée du *De Thiende* de Stevin. Avec Neper, Briggs et Vlacq, nous avons les théoriciens de la pratique britanniques et néerlandais qui veulent simplifier les calculs des tables en lien avec la navigation.

Ces ouvrages ne permettent cependant pas d'évaluer l'usage des notations décimales dans les pratiques quotidiennes de mesures. Adriaen van Roomen indique dans la dédicace de *Canon triangulorum sphaericorum* que le duc Ernest de Bavière a instauré la décimalisation des unités de mesures, mais il reste bien isolé sur ce point [18]. Marie Crous, établie à la cour de France auprès de Richelieu dans les années 1630, mentionne et reprend à la lettre la demande de Stevin de décimaliser les mesures. Dans son double ouvrage adressé « aux filles, mes compagnes », sa notation avec un point médian séparant la partie entière de la partie décimale des nombres est accompagnée d'une série impressionnante de tables divisant en puissances d'un dixième les monnaies, les longueurs, et même le calendrier ! [3, 12].

Conclusion

Si l'idée de la précision en chiffres significatifs sous-tendait l'écriture des nombres dans les tables astronomiques ou trigonométriques, nous avons vu que Stevin lui a donné une théorisation nouvelle. Celle-ci passe par l'usage d'une notation particulière qui mêle le système positionnel décimal aux progressions décimales et à l'algèbre. Le projet de l'ingénieur néerlandais est de mettre en correspondance une théorie solide basée sur l'algèbre et sur une nouvelle conception du nombre, pour simplifier des calculs en les ramenant aux algorithmes des opérations en nombres entiers. Pour que la simplification soit effective, il faut que les unités de mesures soient elles aussi décimalisées. L'auteur se positionne alors en théoricien de pratiques qu'il souhaite légitimer, allant jusqu'à demander aux « magistrats » de transformer la métrologie en usage.

Cette alliance particulière de la théorie et de la pratique correspond à une position sociale singulière qui devient de plus en plus commune au XVI^e siècle, celle de l'ingénieur comme personne placée en intermédiaire entre des groupes sociaux différents. Stevin, ayant été marchand, administrateur, professeur de collège, étudiant à l'université et ingénieur civil, fait alors une synthèse de mathématiques liées à des métiers différents.

Du fait de cette situation particulière, l'œuvre mathématique du polymathe flamand a été diffractée au début du XVII^e siècle : on la retrouve pour des raisons différentes chez des universitaires, des praticiens, des enseignants, mais jamais dans toute sa plénitude. La question des fractions décimales sera dans les générations suivantes nettement disjointe de l'algèbre et la notation de Stevin finit par être simplifiée et remplacée par l'usage de la virgule ou du point, plus pratique mais moins pédagogique.

Références

[1] Stéphane BLOND, Liliane HILAIRE-PÉREZ, Valérie NÈGRE et Michèle VIROL, éd. *Les ingénieurs, des intermédiaires ? Transmission et coopération à l'épreuve du terrain (Europe, XV^e – XVIII^e siècle)*. Histoire et techniques. Toulouse : Presses Universitaires du Midi, 2022. 208 p. ISBN : 2810707049.

[2] Fanny COHEN MOREAU et Marc MOYON. *Sciences & Moyen Âge – Épisode 2 : Les mathématiques. Podcast Passion Médiévistes*. 2023. URL : https://passionmedievistes.fr/sciences-maths/.

[3] Marie CROUS. *Abbrégé recherché de Marie Crous pour tirer la solution de toutes propositions d'Arithmétique*. Paris : Jacques Auvray, 1641.

[4] Ad DAVIDSE et Cathie SCHREIER. *Stevin, Telconst*. 2024. URL : https://adcs.home.xs4all.nl/stevin/telconst/index1.html.

[5] Jan Pieterssoon DOU. *Practijck des landmetens*. Amsterdam : Jan Jansz, 1600.

[6] Christopher DYBVAD. *Decarithmia, ded er thinde-regenskab*. Leyde : Guyot, Christophe et Tempel, Salomon, 1602.

[7] Christopher DYBVAD. *In geometriam Euclidis prioribus sex Elementorum libris comprehensam demonstratio numeralis*. Leyde : Guyot, Christophe, 1603.

[8] Catherine GOLDSTEIN. « Les fractions décimales : un art d'ingénieur ? » 2010. URL : https://hal.science/hal-00734932.

[9] Charles van den HEUVEL. « *De Huysbou* » *: A Reconstruction of an Unfinished Treatise on Architecture, Town Planning, and Civil Engineering by Simon Stevin. History of Science and Scholarship in the Netherlands, 7*. Amsterdam : KNAW, 2005.

[10] Georges IFRAH. *Histoire universelle des chiffres*. T. 2. Bouquins. Paris : R. Laffont, 1996. 1010 p. ISBN : 2221078373.

[11] Henry LYTE. *The Art of tenths, or decimall arithmeticke*. Londres, 1619.

[12] Roger MANSUY. « Lire Marie Crous ». *Billet publié sur Images des mathématiques* (2023). URL : https://images.math.cnrs.fr/billets/lire-marie-crous/.

[13] Valentin MENNHER. *Arithmétique seconde*. Anvers : van der Loë, Jan, 1556.

[14] Adriaen METIUS. *Manuale arithmetice et geometrie practice in het welcke beneffens de stock-rekeninghe ofte rabdologia J. Nepperi, cortelick ende duydelic t'gene den landmeters ende ingenieurs, nopende 't landmeten ende sterktebouwen nootwendich is, wort geleert ende exemplaerlick aengewesen. Op een nieu verrijckt met nieuwe inventie om alle ronde vaten hare wannigheden af te pegelen*. Amsterdam : Laurentsz, H., 1633.

[15] John NEPER. *Rabdologiae, seu Numerationis per virgulas libri duo*. Edimbourg : Hart, Andreas, 1617.

[16] Robert NORTON. *Dime : The Art of Tenths, or Decimall Arithmetic*. Londres, 1608.

[17] Sabine ROMMEVAUX. « Traduire les démonstrations des livres I à VI des Éléments d'Euclide sous forme de syllogismes. Une entreprise pédagogique de deux professeurs de mathématiques strasbourgeois de la Renaissance ». *Images des mathématiques* (2014). URL : https://images.math.cnrs.fr/traduire-les-demonstrations-des-livres-i-a-vi-des-elements-deuclide-sous-forme-de-syllogismes/.

[18] Adriaen van ROOMEN. *Canon triangulorum sphaericorum*. Mayence : Albin, Jan, 1609.

[19] George SARTON. « Simon Stevin of Bruges (1548-1620) ». *Isis* 21 (2 1934), p. 241-303.

[20] Alain SCHÄRLIG. *Du zéro à la virgule. Les chiffres arabes à la conquête de l'Europe 1143-1585*. Presses Polytechniques et universitaires romandes, 2010.

[21] Johan STAMPIOEN. *Algebra ofte nieuwe stel-regel*. 1639.

[22] Simon STEVIN. *De beghinselen der weeghconst*. Leyde : Plantin, Christophe et van Raphelinghen, Frans, 1586.

[23] Simon STEVIN. *De sterctenbouwing*. Leyde : van Raphelinghen, François, 1594.

[24] Simon STEVIN. *De Thiende*. Leyde : Plantin, Christophe, 1585.

[25] Simon STEVIN. *Dialectike ofte bewijsconst*. Leyde : Plantin, Christophe, 1585.

[26] Simon STEVIN. *L'Arithmétique*. Leyde : Plantin, Christophe, 1585.

[27] Simon STEVIN. *La Pratique d'arithmétique*. Leyde : Plantin, Christophe, 1585.

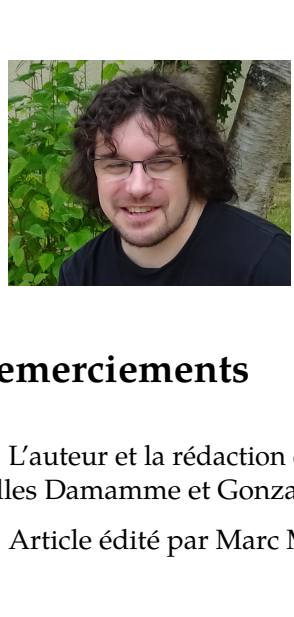
[28] Simon STEVIN. *Vita politica. Het burgherlick leven*. Leyde : van Raphelinghen, Frans, 1590.

[29] Simon STEVIN. *Wiscontige Gedachtenissen. Inhoudende t'ghene daer hem in gheoffent heeft den Doorluchtichsten Hoochgheboren Vorst ende Heere, Maurits, Prints van Oraengien...* Leyde : Bouwensz, Jan, 1608.

[30] Simon STEVIN et Paul van PRAAG. *La retranscription de l'Appendice Algebraique par le Père Henri Bosmans*. Brepols, 1594, p. 67-72.

[31] Glen VAN BRUMMELEN. « Decimal fractional numeration and the decimal point in 15th-century Italy ». *Historia Mathematica* 66 (2024), p. 1-13. ISSN : 0315-0860. DOI : 10.1016/j.hm.2024.01.001.

[32] Adriaen VLACQ. *De nieuwe telconst*. Gouda : Rammaseyn, Pieter, 1626.



Jean-Marie COQUARD
ATER en histoire des sciences – Université Paris-Saclay
https://www.universite-paris-saclay.fr/recherche/membres/jean-marie-coquard/

Remerciements

L'auteur et la rédaction d'*Images des mathématiques* remercient les relecteurs Gilles Damamme et Gonzalo Robledo pour leurs nombreuses remarques.

Article édité par Marc Moyon.

Crédits

Frontispice : Page de garde de *De Thiende* [24]

---

[1] « Vu donc que la matière de cette préformée *Disme* (la cause duquel nom sera expliquée par la suivante première définition) est nombre, l'utilité des effets est suffisamment connu par l'expérience, il ne sera point métier d'en faire beaucoup de paroles. Car s'il est astrologue, il sait que le monde, par computations astronomiques, comme cause efficiente de l'artificielle navigation lointaine [...] est devenu un jardin des délices [paradis], abondant de nombreux lieux de ce que toutefois le Royaume terrestre n'y peut plus produire de la Nature. » Traduction de [24, p. 5]. Stevin a publié son éthique pratique en 1590 [28].

[2] Stevin fait référence à cette mise en forme en renvoyant le lecteur vers la version d'Euclide du professeur de Strasbourg Conrad Dasypodius [17].