Faire des maths et savoir *conter*

Frédéric Pham

(version originale d'un article à paraître, en traduction anglaise, dans le volume en l'honneur de Bernard Teissier pour son 80e anniversaire)

Souvenir de jeunesse : je suis assis au volant, en compagnie de Bernard. Nous roulons vers le sud, il fait beau. Le voyage est long, mais nous ne voyons pas le temps passer, plongés que nous sommes dans une passionnante discussion mathématique. A l'arrivée, *victoire !* Tout se goupille bien, et il n'y a plus qu'à coucher sur le papier le résultat de notre discussion ! C'est ainsi – d'après mes souvenirs – que serait né notre article *Fractions lipschiztiennes et saturation de Zariski* (notre seul article commun), sur lequel je devais présenter une communication à Nice en septembre 1970 au Congrès International des Mathématiciens.

Est-ce vraiment ainsi que ça s'est passé ? Et notre voyage « vers le sud » avait-il le Congrès de Nice pour destination ? Les dates ne collent pas, car l'article en question (un prétirage du Service de Physique Théorique de Saclay) est daté de 1969. Pourtant j'ai un souvenir assez précis d'une conversation en voiture – cap vers le soleil – d'où serait né cet article. Bernard a-t-il le même souvenir ? Je trouve belle l'idée qu'un travail mathématique puisse naître d'une simple conversation, sans aucun support écrit. Les humains faisaient-ils des mathématiques avant l'invention de l'écriture ? Peut-on *conter* des maths comme on conte de belles histoires ?

La question devrait plaire à Bernard, lui qui m'a fait découvrir le magazine *La Hulotte (le journal le plus lu dans les terriers)* – me disant qu'il rêvait de faire pour le monde des maths ce que *La Hulotte* faisait pour le monde des animaux et des plantes sauvages ! Et lui qui m'a tellement passionné par ses récits de voyages avec sa compagne Maryvonne (dans les montagnes d'Afghanistan chez les Hounzas, en ski de fond en Norvège…)… et des années plus tard quand je l'ai vu – devenu papa – endormir ses enfants par des histoires qu'il improvisait.

Pourtant, quand je regarde aujourd'hui l'article en question[1], je suis effrayé par la complexité des diagrammes et des formules. Peut-on en pénétrer la substance sans avoir recours à l'écrit ? Il est vrai qu'une bonne partie de ces diagrammes, de ces formules, ne font qu'expliciter des idées alors profondément implantées dans nos esprits à tous les deux, grâce aux cours de Heisuke Hironaka :

1 Cet article, traduit en anglais par un étudiant, vient d'être republié dans *Introduction to Lipschitz Geometry of Singularities* (*Springer Lecture Notes in Mathematics,* actes d'un colloque à Cuernavaca, édité par Walter Neumann et Anne Pichon).

notre conversation à deux dans cette voiture n'aurait pu avoir lieu sans la présence virtuelle d'Hironaka !

Hironaka Bernard ne m'en voudra sûrement pas de consacrer un bonne partie de ce témoignage à des souvenirs sur Heisuke Hironaka, sur le rôle capital qu'il a joué dans nos itinéraires mathématiques, à l'un comme à l'autre. C'était en hiver 1967, je crois, au « Centre de Mathématique de l'Ecole Polytechnique », nouvellement créé par Laurent Schwartz dans le but de lancer dans la recherche une petite bande de jeunes tout juste sortis de l'Ecole : Bernard Teissier, Lê Dũng Tráng (dont les itinéraires mathématiques allaient rester parallèles au mien), Monique Lejeune-Jalabert (tiens ! Il n'y avait pourtant pas d'élèves filles à l'Ecole Polytechnique à l'époque), Jean Petitot (qui allait devenir philosophe, spécialiste des idées de Thom), …, et quelques autres dont j'ai oublié les noms, même si je me souviens de quelques visages...

« Nous aimerions que tu nous inities à la Géométrie Algébrique – a demandé Bernard à Hironaka. En commençant au tout début, car nous sommes vraiment débutants : le Chapitre 0 des EGA de Grothendieck ».

– Je ne comprends rien au chapitre 0 des EGA – a répondu Hironaka. Je commence à comprendre à partir du Chapitre 3 ! Si vous voulez, je pourrai vous raconter les premières pages du livre de Zariski *Algebraic surfaces.*

Ce premier contact fut le point de départ de plusieurs semaines très riches et très denses : journées passées à écouter Hironaka nous raconter des maths dans une petite salle de l'Ecole Polytechnique ; à midi, vadrouilles avec lui au quartier latin, où nous avons essayé tous les restaurants vietnamiens.

« Comment se fait-il que tu passes tout ton temps avec nous... » – lui avons-nous demandé un jour, « … plutôt qu'avec les grands de la Géométrie Algébrique, Serre, Grothendieck… ? » (Paris n'était-elle pas alors une « Mecque » de la Géométrie Algébrique?).

Je ne me souviens plus de sa réponse d'alors, mais aujourd'hui j'aime rapprocher cette question d'un souvenir beaucoup plus tardif : ça s'est passé en 2002 à l'Université de Nice, où une cérémonie était organisée pour nommer Hironaka *Docteur Honoris Causa* de notre Université. Hironaka nous a raconté comment fils de paysan, il avait été très marqué par la passion d'un de ses oncles (un autodidacte) pour les choses intellectuelles en général, et les mathématiques en particulier ; comment cet oncle l'avait encouragé à étudier, et à entreprendre des études supérieures ; et comment Zariski, de passage dans l'université japonaise où Hironaka étudiait, avait remarqué ce jeune passionné, et l'avait invité à venir étudier avec lui à Harvard...

Mais revenons au quartier latin en 1967, à notre « petite bande de jeunes » autour *d'Hironaka-sensei*. Je dis « notre » bande, car je m'en sentais pleinement membre, même si j'en étais en fait une pièce rapportée : âgé de quelques années de plus, j'étais un physicien théoricien, avec déjà un passé mathématique – et c'est pourquoi Hironaka a décidé de changer son programme. « Finalement – nous a-t-il déclaré à la première séance – je ne vais pas vous raconter le livre de Zariski ; puisque Pham a déjà fait des choses en maths je vais vous raconter quelque chose en rapport avec ce qu'il a fait : le livre de Milnor *Singular Points of Complex Hypersurfaces.* »

Et c'est ainsi qu'Hironaka a commencé à nous raconter à sa manière le monde des « singularités » – un monde où l'algèbre la plus pure (éclatements d'idéaux...) rejoignait l'intuition géométrique la plus concrète (bouquets de sphères, nœud de trèfle…). Des maths vivantes, qu'il donnait l'impression d'inventer au fur et à mesure – et peut-être le faisait-il parfois !

– Je ne comprends pas ta démonstration de ce théorème – lui dit un jour l'un d'entre nous.

– *(long silence d'Hironaka … puis il prend son chiffon, efface le mot « Théorème », et le remplace par « Conjecture »*[2]*).*

Un mot résume toute la matière de ces causeries, un mot qui devait accompagner tout mon itinéraire mathématique comme celui de Bernard : le mot « équisingularité », débouchant sur l'immense sujet de ce que René Thom appelait les « mathématiques qualitatives » – ou comment d'un substrat indifférencié peuvent surgir des « singularités » où les choses ne se passent pas comme ailleurs, et comment analyser la façon dont ces singularités « changent » (ou pas).

Après cet hiver au quartier latin avec Hironaka (l'été d'après, je crois), le centre de maths de l'Ecole Polytechnique allait organiser pour notre petit groupe une école d'été en Finlande (à Ruponsaari-Jyväskylä) – toujours sur le même principe intime, avec Hironaka pour maître, mais sur un sujet un peu différent : comment généraliser au cas analytique les résultats obtenus précédemment par Hironaka (et qui allaient lui valoir la médaille Fields) sur la *résolution des singularités* des variétés algébriques. Du contenu de ce cours (qui allait être rédigé par Bernard Teissier et Monique Lejeune), j'ai surtout le souvenir d'un vocabulaire extrêmement poétique : s'organisant en « jardins », les « idéaux » du cas algébrique devenaient des « jardins idéalistes »… Je me souviens aussi des promenades avec Hironaka dans la très belle nature environnante, et comment il nous expliquait parfois ses idées par des dessins dans le sable. « On ne peut faire des maths qu'en réfléchissant à des exemples – nous a-t-il dit un jour. Mais ce qu'est un exemple varie beaucoup d'un mathématicien à l'autre. Pour moi, un exemple c'est un exemple d'équation algébrique. Pour Eilenberg, un exemple c'est un exemple de catégorie ! ».

Repensant à cette époque, je ne peux que m'émerveiller de l'enchaînement logique d'événements qui a conduit le Centre de Maths de l'X à inviter Hironaka plutôt qu'un autre, et Hironaka à nous

2 La conjecture en question (« Pour une famille de courbes planes, μ constant implique l'équisingularité ») a été démontrée quelques années plus tard par Lê Dũng Tráng.

parler de « singularités » plutôt que d'un autre sujet. Un personnage a joué un rôle important dans ce double choix, capital pour nos itinéraires futurs : Dimitri Fotiadi.

Fotiadi Plus âgé que nous tous, Dimitri Fotiadi était un militaire, un officier de marine. Je ne sais pas quel était son statut scientifique (militaire détaché au CNRS?), et comment il en était arrivé à jouer un rôle si important au Centre de Maths de l'Ecole Polytechnique, conseillant Laurent Schwartz dans ses choix. Ce que j'aimerais raconter, c'est le rôle de « passeur » qu'il a joué pour moi dans toute cette histoire. Qu'on me pardonne de donner quelques détails, même si l'histoire commence avant que je fasse la connaissance de Bernard Teissier.

C'était au début des années soixante, au Service de Physique théorique de Saclay où je venais d'être recruté. Une vraie « couveuse » d'apprentis-chercheurs, apprenant la Physique Quantique en lisant le livre de Messiah (seul livre en français sur le sujet à l'époque), et en écoutant leurs aînés raconter leurs recherches. Des recherches d'une grande variété, d'une grande richesse mathématique … même si les protagonistes n'auraient pas osé se considérer comme de « vrais » mathématiciens. Parmi ces aînés, deux m'inspiraient tout particulièrement : Marcel Froissart et Raymond Stora. Leurs travaux portaient sur les propriétés d'analyticité des amplitudes de diffusion en théorie quantique des champs – considérées comme fonctions des variables complexes qu'étaient les « moments » (impulsions-énergies des particules entrantes et sortantes). Ils avaient développé un art du dessin permettant de visualiser les ensembles algébriques dans les espaces à plusieurs dimensions complexes. Faire de la géométrie *avec des dessins* ! Quelle naïveté !!! Quelle idée choquante pour un mathématicien d'alors, en pleine époque de remise en ordre bourbakiste[3] !!! Cette « naïveté géométrique » allait jouer un rôle décisif dans ma carrière. En lisant un cours de Godberger à l'Ecole d'été de Physique théorique des Houches (*Relations de dispersion et particules élémentaires*, 1960), je suis tombé sur un passage où un résultat, que je trouvais joli, sur les singularités d'une intégrale était obtenu par un calcul que je trouvais laborieux. Même si ce calcul n'était pas très long (une dizaine de lignes), il m'a semblé que ce joli résultat aurait mérité une démonstration plus jolie elle aussi, une démonstration géométrique, du genre de celles que l'on apprenait à faire en taupe dans le contexte des « intégrales de Cauchy » : déformer le contour d'intégration dans le domaine complexe, en évitant les singularités de l'intégrand ; et effectivement, en dessinant ces singularités « à la manière de Saclay » on pouvait – me semblait-il – obtenir le résultat voulu sans aucun calcul, par une déformation convenable du contour d'intégration – sous réserve que tous les résultats « à la Cauchy » que j'avais appris pour les fonctions d'une variable complexe restent valables dans le cas de plusieurs variables complexes.

3 On en reparlera dans l'appendice !

« Tiens ! – me dit Stora à qui j'avais fait part de mes réflexions. Lis cet article, tu y trouveras peut-être ce dont tu as besoin ». L'article en question était un article de Jean Leray au Bulletin de la Société mathématique de France, *Le calcul différentiel et intégral sur une variété analytique complexe.* Et effectivement, l'article en question contenait exactement ce dont j'avais besoin (ou presque exactement, à quelques généralisations faciles près).
Tout heureux, je retourne donc voir Stora. « Il faut qu'on te présente à Dimitri Fotiadi – me dit-il. Fotiadi, c'est quelqu'un qui sur la suggestion de Froissart est allé passer un an à Princeton pour y suivre les cours de Milnor. »

Et c'est ainsi que j'ai fait la connaissance de Dimitri Fotiadi, c'est ainsi que fort de son expertise acquise à Princeton il m'a appris à formuler de façon mathématiquement irréprochable ce que j'avais compris intuitivement en lisant Leray. Et c'est ainsi qu'ensemble nous avons commencé à écrire sur les singularités d'une classe d'intégrales, non pas seulement l'exemple du cours de Goldberger mais plus généralement – du moins le croyions-nous dans notre enthousiasme de néophytes – *toutes les intégrales de Feynman,* exemples archétypaux de singularités d'amplitudes de diffusion. Et c'est ainsi que la notion mathématique « d'homologie » a connu son heure de célébrité chez les physiciens théoriciens des hautes énergies[4]. Et c'est ainsi que Fotiadi et moi avons été invités aux *Battelle Rencontres in Mathematics and Physics* organisées à Seattle, en été 1967, par Cécile DeWitt-Morette[5] et John Archibald Wheeler[6]. De cette rencontre, j'ai un souvenir mémorable : celui de la beauté sauvage de la côte du Pacifique, lors d'une randonnée de trois jours le long d'une côte inhabitée où, faute d'avoir vérifié les horaires des marées, quelques dizaines d'entre nous ont failli se noyer, coincés que nous étions entre l'océan et la falaise (Raoul Bott en a été quitte pour voir son sac à dos et son appareil photo emportés par les vagues). L'autre souvenir marquant de cette rencontre a été, pour Fotiadi et moi, l'exposé d'Hironaka, dont nous avons ainsi découvert l'extraordinaire talent de « conteur-mathématicien » !
Et nous voilà revenus ainsi – par l'entremise de Fotiadi – à la partie « Hironaka-au-quartier-latin » de mon histoire.

***

Comment continuer cette histoire ? De la soutenance de thèse de Bernard (dirigée par Hironaka) je n'ai gardé qu'un souvenir pittoresque : Maryvonne portant un gros panier de pommes de pins

4 « L'homme au logis et le Pham au foyer » – calembourdisaient mes copains de Saclay.
5 Spécialiste de la théorie mathématique des intégrales de chemins de Feynman.
6 Physicien à l'imagination fertile, J.A.Wheeler est l'inventeur de l'idée extraordinaire des « trous de vers » (wormholes), selon laquelle en entrant dans un trou noir on pourrait ressortir par un autre trou noir, à l'autre extrémité de l'univers. C'est aussi lui qui a permis à Feynman de donner la touche finale à sa technique des « diagrammes de Feynman », en permettant aux lignes de ses diagrammes de remonter le temps.

qu'elle distribuait à l'auditoire (Bernard avait choisi comme deuxième sujet de thèse la suite de Fibonacci, dont on sait qu'elle régit l'implantation des écailles des pommes de pin). En fait, à ma grande honte, je n'ai pas grand-chose à raconter sur Bernard-Teissier-mathématicien : même si nos sujets mathématiques étaient apparentés, nous avons suivi des voies différentes, et d'autres que moi dans ce volume décriront certainement sa voie à lui, beaucoup mieux que je ne saurais le faire. Ce dont je peux parler, c'est d'une amitié, c'est de sa façon enthousiaste – un enthousiasme communicatif – de parler de ses passions du moment (je me souviens notamment, je ne sais pourquoi, de l'enthousiasme avec lequel il m'a parlé du roman initiatique *Le jeu des perles de verre,* de Hermann Hesse). C'est aussi notre fascination partagée pour les flûtes en bambou (il en fabriquait lui-même, grosses comme des bazookas ; de mon côté je m'efforçais de jouer de la flûte carnatique, la flûte classique de l'Inde du sud, qu'un voyage à Madras m'avait fait découvrir). C'est aussi son hospitalité chaleureuse dans son appartement sur plusieurs étages rue Claude Bernard, où j'ai fait la connaissance de toutes sortes de gens intéressants, et pas seulement des mathématiciens. Et c'est enfin un lieu magique, la « petite maison de Bernard et Maryvonne », une bergerie abandonnée au dessus de l'Alpe du Lauzet, avec vue magnifique sur les glaciers de l'Oisans et le pic des Agneaux. Exploit extraordinaire que d'avoir aménagé cette bergerie, à grand renforts de chargements de mulet, en y installant notamment l'eau courante grâce au détournement d'un petit torrent en amont ! Contemplant Bernard assis au soleil devant un bloc de rocher lui servant de bureau, comment ne pas imaginer que l'inspiration mathématique lui coule directement des glaciers et sommets de l'Oisans – comme l'imagination musicale d'Olivier Messiaen lui coulait directement du pic de la Meije, au village de La Grave où est organisé chaque année un festival Messiaen[7] ? Bien sûr, il ne s'agit pas de comparer Bernard à Olivier Messiaen ! Mais les Mathématiques comme la Musique (et surtout celle de Messiaen) n'ont-elle pas en commun quelque chose qu'on peut voir aussi dans la majesté des montagnes, quelque chose de surhumain qui donne une idée du divin ? N'est-ce pas pour cela que la plupart des mathématiciens ne se considèrent pas comme des *inventeurs* mais comme des *découvreurs* d'idées mathématiques, car ils voient en ces idées quelque chose qui leur préexiste et qui les dépasse ?

Qu'est-ce que *comprendre* des maths ?

Un autre lieu magique que Bernard m'a fait découvrir est une garrigue provençale près de Tourtour dans le Var, le *domaine des Treilles* où il a organisé plusieurs colloques d'épistémologie, dans le

7 Merci Bernard, merci Maryvonne de nous avoir invités, ma compagne Susan et moi-même, à assister avec vous à ce festival en octobre 2019 ! Je n'ai pas pu malheureusement profiter de l'occasion pour faire connaître à Susan « la petite maison », qui était « à deux pas » (une heure et demie de montée, quand-même).

cadre de la *Fondation des Treilles*. N'y ayant fait qu'un court séjour, je ne peux rien dire du contenu de ces sessions aux titres pourtant alléchants comme *Géométrie et vision* (trois sessions en 1993, 1994, 1995). Mais sur un sujet apparenté j'ai de Bernard un article de 2006 intitulé *Géométrie et cognition : l'exemple du continu*. Présenté dans le cadre des *Colloques de Cerisy* (une autre fondation culturelle à vocation très large), cet article examine comment les mathématiques *se comprennent avec le corps*, et par exemple comment notre compréhension d'une notion comme celle de « droite mathématique » s'enracine dans des expériences corporelles comme celle de la marche, ou l'expérience de la vision. Il ne s'agit nullement (l'article insiste là-dessus) de prétendre que *la notion mathématique elle-même* serait en quelque sorte *inscrite* dans le fonctionnement neurophysiologique humain. Ce dont il s'agit, c'est de notre *sentiment de comprendre* cette notion, sentiment qui n'a rien à voir avec la logique mais ressort de mécanismes neurophysiologiques inconscients, étrangers à toute logique : ne plus seulement s'interroger sur les fondements de la *vérité* mais aussi sur les fondements du *sens* en mathématiques. Ou, comme l'écrit Bernard,
« Comment se fait-il que le sentiment de comprendre une démonstration semble si éloigné de la structure logique de la preuve ? »
Et de citer René Thom :

« La limite de la vérité n'est pas l'erreur, c'est l'insignifiance »

– aphorisme que je connaissais sous une forme plus provocante encore :

« tout ce qui est rigoureux est insignifiant ».

Ce n'est pas là spéculation philosophique gratuite, car on touche là une question éminemment pratique, qui devrait intéresser tous les mathématiciens, et notamment les enseignants : comment les mathématiciens *communiquent-ils* entre eux ? Comment peut-on transmettre le *goût*, la *saveur* d'une idée mathématique ?
– Certainement pas par la *logique*, nous dit David Bessis dans son livre grand public *Mathematica, un voyage au coeur de nous-mêmes*, grand succès de librairie de l'année 2022. La logique, c'est vrai qu'elle domine les *écrits* mathématiques, mais ces écrits « *ne sont pas faits pour être lus » !*
J'aime beaucoup la façon dont David Bessis décrit l'art *de ne pas lire* un livre de maths : *« ne jamais commencer par le début, mais par là où on a envie d'aller* (« je ne comprends rien au chapitre 0 des EGA » – nous disait Hironaka) ; *« ne jamais se forcer à suivre l'ordre des pages »*, mais *« toujours suivre l'ordre de son propre désir et de sa propre curiosité »...*
Bref, *« ne pas se laisser imposer le sujet de la conversation »*. Difficile de suivre ce conseil quand au lieu d'avoir un livre entre les mains on assiste à un exposé de mathématiques ! Bien sûr on peut toujours interrompre l'orateur par des questions – à condition d'être resté attentif, ou d'avoir été réveillé de notre somnolence par une phrase qui tout d'un coup « a fait tilt » ! Mais la stratégie la

plus féconde, si effectivement quelque chose « a fait tilt » est d'aller voir l'orateur à la fin de son exposé, pour une conversation « entre quatre-z-yeux ». Ce genre d'échange verbal utilise le langage de façon très libre, comme dans les conversations de la vie courante : pas besoin de surveiller son langage, de veiller à ce qu'il soit « correct », « rigoureux » ! L'essentiel est de *se comprendre* ! C'est ce que découvrent par eux-mêmes (et avec étonnement) les étudiants à qui l'on donne l'occasion de pratiquer le « débat scientifique » à la Marc Legrand[8], cette pratique dont une phase essentielle consiste à laisser les étudiants débattre entre eux par petits groupes, *sans intervention du professeur,* d'une question qui parle à leur intuition, qui *fait sens* pour eux.

Peut-on *conter* des maths comme on conte de belles histoires ? – ai-je demandé au début de ce témoignage. Question idiote ! Bien sûr qu'on le peut, cela s'appelle la vulgarisation mathématique ! Mais en qualifiant Hironaka de merveilleux « conteur mathématicien » (ce qu'il est effectivement : il est connu comme tel au Japon pour ses interventions à la télévision) je n'ai rendu compte que d'une petite partie de son talent d'enseignant. Car en passant tout ce temps avec notre groupe de jeunes à la fin des années soixante, il ne nous a pas seulement « conté » des mathématiques, il nous a appris à en *faire* : se poser des questions, accepter de ne pas comprendre, accepter le risque de se tromper, et *y prendre plaisir !* Ce plaisir de *faire* des maths ne devrait pas être réservé aux seuls mathématiciens professionnels, et comme l'écrit David Bessis (page 92 de son livre) on devrait graver sur la façade des écoles les phrases suivantes de Grothendieck :

> *« Craindre l'erreur et craindre la vérité est une seule et même chose. Celui qui craint de se tromper est impuissant à découvrir. C'est quand nous craignons de nous tromper que l'erreur qui est en nous se fait immuable comme un roc. »*

C'est la *« fécondité du faux »,* que tous les mathématiciens connaissent par expérience. Mais quand René Thom insiste – en parallèle – sur « *l'insignifiance du vrai* »[9], de quelle expérience commune nous parle-t-il ? *« Ceci est vrai »* – me dit-on. Et alors ? En quoi cela peut-il m'intéresser ? Que m'importe que ce soit vrai, si je ne comprends pas ce que ça *« veut »* dire, ce que ça *essaye de dire* aux gens qui peu ou prou me ressemblent ? Et qu'est-ce que cette « vérité » me dit *à moi personnellement,* quelles *résonances* est-ce qu'elle éveille en moi ? Riche et mystérieux est ce *sentiment de comprendre,* qui ne concerne pas seulement les mathématiciens ! Bernard y a consacré

8 Cf. le très beau texte *Le principe du débat scientifique dans nos classes et dans nos amphis* (disponible sur internet en version pdf), où Marc Legrand explique les motivations profondes de cette pratique, et le changement radical d'attitude qu'elle requiert de la part du professeur.

.

9 René Thom *Entre la fécondité du faux et l'insignifiance du vrai : la voie étroite de la science* – cité par Alain Chenciner dans *Le vrai, le faux, l'insignifiant,* article qui discute les deux aphorismes de Thom énoncés plus haut.

beaucoup de réflexion, cherchant à ouvrir et enrichir sa pensée par des contacts avec des gens d'autres disciplines : épistémologues et neuropsychologues (dans son article au colloque de Cerisy), psychanalystes (dans un article intitulé *Le mur du langage*) … et j'en oublie sans doute ...

Appendice : être ou ne pas être « super-bourbakiste »

Je ne sais plus en quelle année (1970 peut-être ?) j'ai reçu, envoyée de Princeton, une lettre manuscrite en français de Solomon Lefschetz (l'ayant gardée comme une relique, je l'ai malheureusement perdue dans mon dernier déménagement). Il y disait avoir appris par un collègue que ses travaux de topologie algébrique avaient inspiré les physiciens. *« En tant que grand ancien (Ecole Centrale 1902)* – continuait-il – *j'ai beaucoup de mal à comprendre le super-bourbakisme de vos écrits »*. Parmi les écrits qu'il visait, il y avait sûrement *Formules de Picard-Lefschetz généralisées* ...[10], où je montrais comment l'homologie de certaines variétés algébriques « se ramifiait » autour de leur unique point singulier. J'avais obtenu ce résultat *par des dessins* « à la manière de Saclay » (la méthode de Froissart et Stora, dont j'ai parlé plus haut). Mais comment faire accepter par une revue mathématique respectable une preuve basée sur des dessins ? Intimidé par l'idée que je me faisais des exigences de rigueur des mathématiciens, je m'étais donné la peine de remplacer mes dessins par des expressions algébriques, remplaçant ainsi l'évidence géométrique « par des calculs aveugles »[11]. « Je vois bien que tes formules sont vraies – m'avait dit à l'époque Marcos Sebastiani[12] ; mais je ne comprends pas comment tu as bien pu les trouver ! » Si je devais aujourd'hui réécrire cet article, je n'aurais plus honte de ma « preuve en dessins »[13]. Au contraire, j'y verrais une occasion de me demander comment des dessins, convenablement commentés, peuvent aider à relever le défi qui est celui de tout texte mathématique : faire partager au lecteur le sentiment que

*non seulement c'est **vrai**, mais c'est « **évident** » !*

---

10 *Formules de Picard-Lefschetz généralisées et ramification des intégrales (Bull. Soc. Math. France 1965).*

11 Je ne résiste pas au plaisir de cet emprunt à Vladimir Arnold, qui dans son introduction à l'un de ses articles écrivait malicieusement : « Suivant les recommandations de Bourbaki, je me suis efforcé de remplacer les idées lucides d'Euler par des calculs aveugles ».

12 Mathématicien argentin, élève de René Thom.

13 J'en ai expliqué l'idée (sur des exemples simples) dans un cours à Hanoi en 1974 : cf. le Chap. XII du livre *Intégrales singulières* (EDP Sciences 2005) – livre dont toute la deuxième partie reproduit les notes de ce cours. Un grand merci à Claude Sabbah, qui a pris l'initiative de cette réédition !